Unidad 2

Mido y Construyo

Resolvamos

Te has preguntado:
¿Son importantes las mediciones?

Hemos visto cómo desde la antigüedad, el ser humano ha realizado mediciones sobre la Tierra. De ahí surgió el nombre de Geometría, palabra compuesta por dos raíces griegas: geo = Tierra y metría = medida.

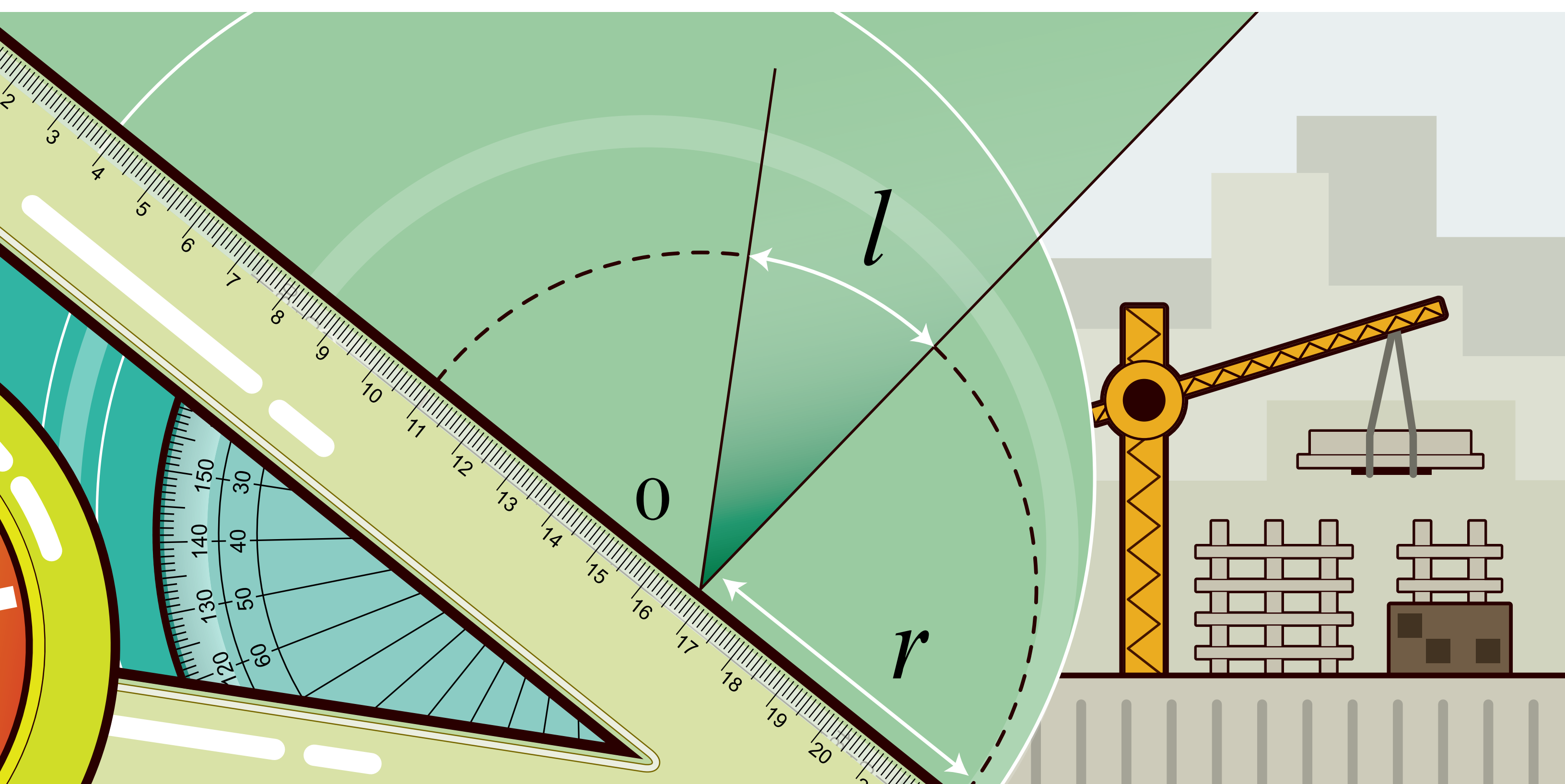
En la vida diaria, constantemente se hacen mediciones, por ejemplo: medimos el tiempo que tomamos en trasladarnos de un lugar a otro, medimos la extensión de un terreno que se compra, etc. Las mediciones son importantes en la vida cotidiana, en el estudio, en el trabajo y en los experimentos, cuyos datos nos permiten reunir información para después organizarla y obtener conclusiones.

Si utilizamos diferentes objetos para medir, los resultados serán también diferentes y en nuestras mediciones habrá errores, dependiendo del objeto empleado. Hoy se utilizan patrones de medida que son acuerdos internacionales para medir y obtener similares resultados, aunque siempre puede haber errores por la forma como se mida y quien lo hace.

Las mediciones son muy importantes en las ciencias y a lo largo de la historia figuran personajes que dedicaron su vida a la investigación científica e hicieron grandes aportes. Uno de ellos fue Galileo Galilei, nacido en la ciudad de Pisa, Italia, el 15 de febrero de 1564. Galileo creó el método experimental estudiando la medición del tiempo, el movimiento, la flotación de los cuerpos y la naturaleza del calor.

En esta unidad tendrás la oportunidad de manejar instrumentos y realizar construcciones y cálculos en actividades de tipo geométrico. En la vida diaria estamos continuamente utilizando mediciones. ¿Te imaginas una casa construida sin medidas? ¿Sin un plano? ¿Sin un cálculo de costos? Piensa en otras cosas o actividades humanas en las cuales es necesario medir.

<table>
<tr><th>Referentes de calidad</th><th>Capítulos</th></tr>
<tr><td>Estándares</td><td rowspan="7">1. Trabajo en el espacio con localizaciones, transformaciones formas y figuras.
2. Realizo mediciones y cálculos.</td></tr>
<tr><td>Identifico características de localización de objetos en sistemas de representación cartesiana y geográfica.</td></tr>
<tr><td>Predigo y comparo los resultados de aplicar transformaciones rígidas (traslaciones, rotaciones, reflexiones) y homotecias (ampliaciones y reducciones) sobre figuras bidimensionales en situaciones matemáticas y en el arte.</td></tr>
<tr><td>Calculo perímetros y áreas a través de composición y descomposición de figuras y cuerpos.</td></tr>
<tr><td>Resuelvo y formulo problemas usando modelos geométricos.</td></tr>
<tr><td>Resuelvo y formulo problemas que requieren técnicas de estimación.</td></tr>
<tr><td>Resuelvo y formulo problemas que involucren factores escalares (diseño de maquetas, mapas).</td></tr>
</table>



Trabajo en el espacio con localizaciones, transformaciones formas y figuras

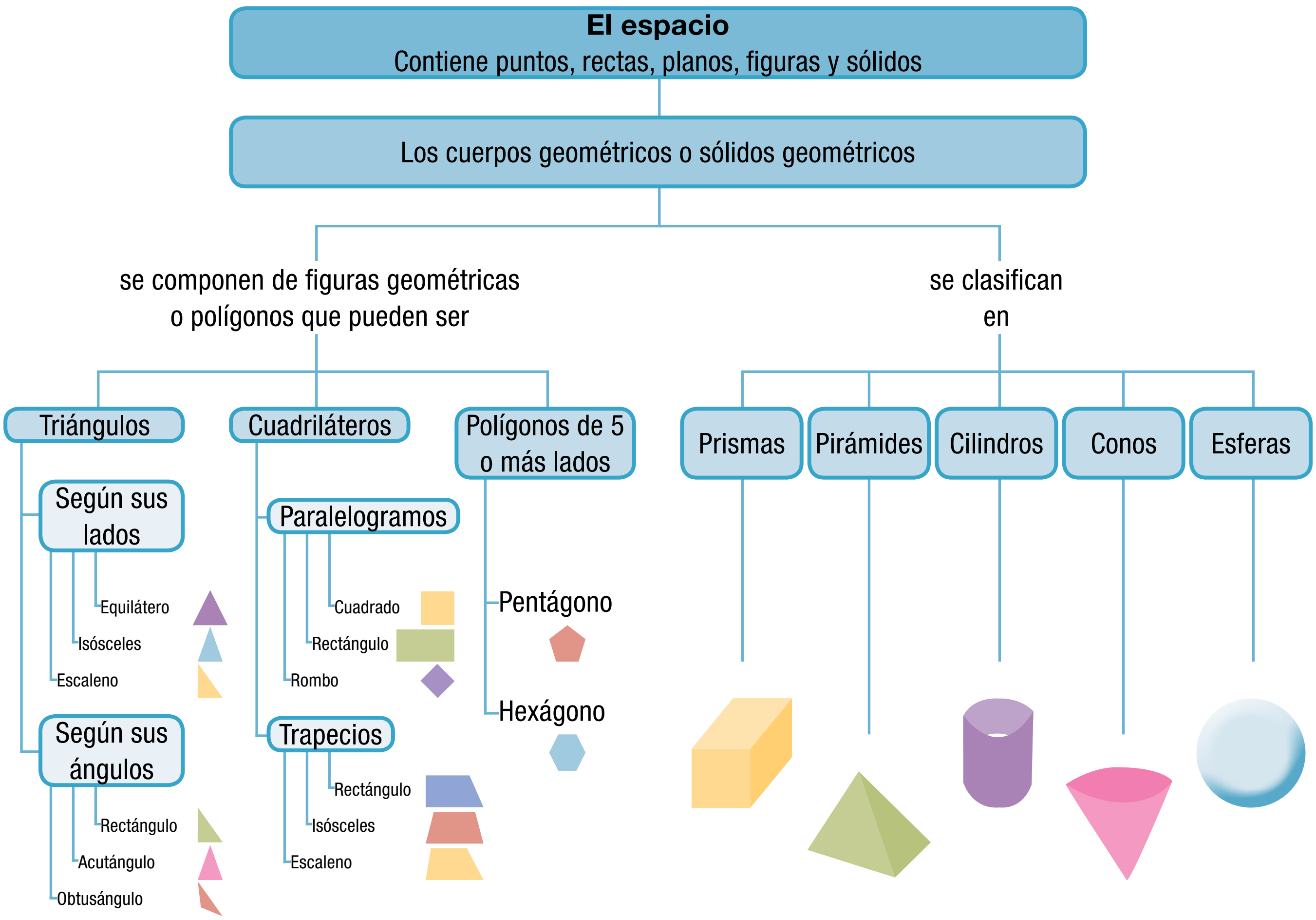
Se cree que la geometría tuvo su origen en Egipto, un país del continente africano, atravesado por un importante y caudaloso río llamado Río Nilo.

En invierno el río se desbordaba, cambiaba su cauce o camino y se borraban los límites de los terrenos que la población tenía demarcados. Esto hizo que los egipcios idearan métodos geométricos que les permitiera tener en sus tierras, unos límites estables.

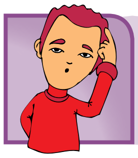
De los métodos del cálculo egipcio y su aplicación en distintos problemas existen inscripciones en piedras talladas y en algunos papiros que según los hallazgos y los estudios realizados, datan desde los tiempos de Ramsés II hacia el año 1300 antes de Cristo.

Gracias a la Geometría se puede estudiar la forma, tamaño y posición de la figuras, conocer más nuestro entorno, ya que cada cosa u objeto que existe en la naturaleza puede ser asociada con una forma geométrica, realizarle mediciones, hacer cálculos y poner en juego la imaginación para graficar, hacer transformaciones y hasta divertirse.

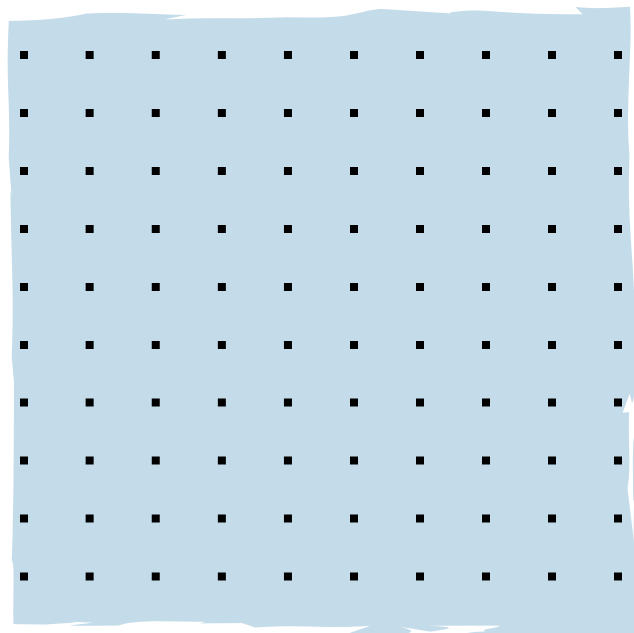
En esta unidad tendrás la oportunidad de aprender nuevo vocabulario, propio de la Geometría, conocerás los sistemas geométricos y de medidas, mediante construcciones, mediciones y cálculos de longitudes, áreas, masas y tiempos.



Tema 1. Conceptos básicos de Geometría y manejo instrumentos geométricos



Indagación
Geometría en pareja



En pareja, juega a unir puntos y formar cuadrados.

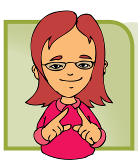
Copia en tu cuaderno el conjunto de puntos de la figura de la derecha y con un compañero juega al que más cuadrados complete, uniendo cada vez dos puntos.

Las marcas de los cuadrados son los símbolos O y X.

Cada uno escoja un símbolo y en cada turno una dos puntos.

Cuando alguno de los jugadores una dos puntos y forme un cuadrado, escriba en él el símbolo escogido y si a continuación falta un lado de otro cuadrado, el mismo jugador lo completa y sigue hasta cuando ya no haya más cuadrados qué formar con una línea faltante. Al final gana el jugador que más cuadrados haya obtenido.

¿Cuántos cuadrados lograste obtener? ¿Cuántos cuadrados obtuvo tu compañero? y ¿Quién ganó?



Conceptualización

En geometría, hay algunos términos que no pueden definirse. Son ideas formadas en nuestra mente a través de la observación del entorno y solamente podemos hacer representaciones de ellas. A estas ideas las llamaremos términos primarios o términos básicos de la geometría.

Algunos de ellos son: punto, recta, plano y espacio. Aunque estos términos no están matemáticamente definidos, podemos obtener una descripción de ellos, tomando ejemplos de nuestra cotidianidad en el aula de clase, en nuestra casa y en el ambiente donde permanecemos. Así, adquirimos la idea intuitiva de punto, observando la marca dejada por la punta de un lápiz, un alfiler, una tachuela o una inyección.

El dibujo representativo de un punto será siempre aproximado, pues la marca tendrá algún tamaño o área, mientras que un punto siempre carece de área y se usa para indicar una posición en una recta, un plano y el espacio.

La Fig.1 presenta ejemplos que dan la idea de un punto:

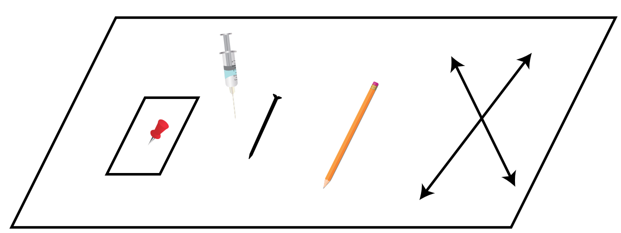


Figura 1

Una tachuela o chinche pinchando un papel en la cartelera, el orificio mínimo que deja la aguja cuando se aplica una inyección, la huella de un

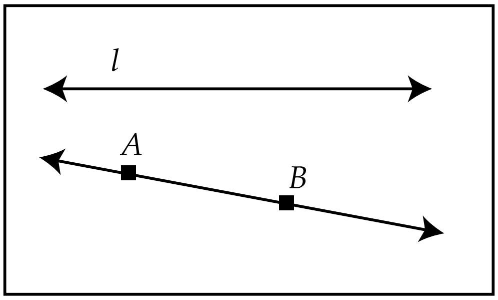


Figura 2

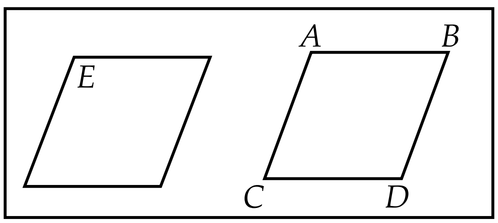


Figura 3

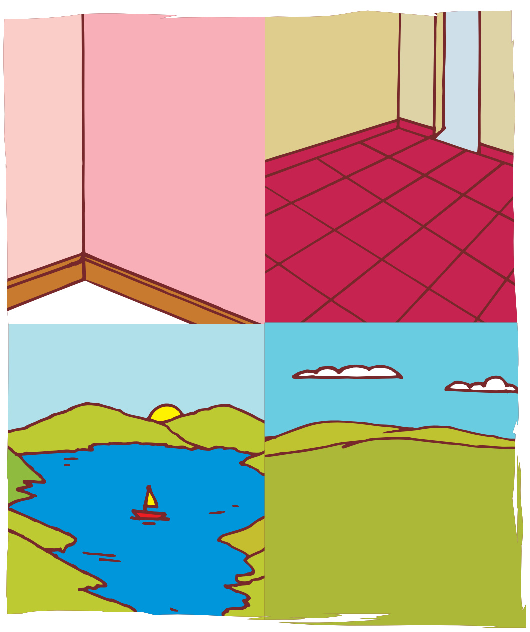


Figura 4

lápiz sobre una superficie, la punta de un alfiler, dos rectas que se cruzan.

Se debe tener presente que el punto, como figura geométrica u objeto no tiene dimensiones, es decir, el punto no tiene tamaño, ni largo, ni ancho, ni espesor, ni profundidad.

Sin embargo, una sucesión infinita de puntos en una misma dirección, nos da idea de recta. Como la recta es infinita no puedes dibujarla totalmente en una hoja de cuaderno por lo que la representas con una flecha de dos cabezas. Las rectas se nombran con una letra minúscula del español o con dos letras mayúsculas en dos puntos de ella. Ver Fig.2.

Un *plano* se compone de infinitos *puntos* e infinitas *rectas*. Un *plano* se caracteriza porque no tiene grosor y se extiende indefinidamente en todas las direcciones.

Como representación de un plano, algunas veces utilizamos un cuadrilátero que es una figura geométrica de 4 lados y 4 ángulos.

El plano se nombra con una letra mayúscula por dentro del cuadrilátero o con letras mayúsculas en los vértices. Ver en la Fig. 3.

Las ilustraciones de la Fig. 4, nos dan idea de plano:

1. La pared de una alcoba.
2. El piso de un salón, alcoba, sala, etc.
3. La superficie de una laguna.
4. Una llanura.

En el espacio hay *puntos, rectas, planos, figuras* y *cuerpos*. Con las ideas básicas o fundamentales de geometría, es posible realizar construcciones, que son indispensables para la comprensión y ejercitación del trabajo geométrico, para ello es necesario familiarizarnos con los instrumentos geométricos.

Instrumentos geométricos

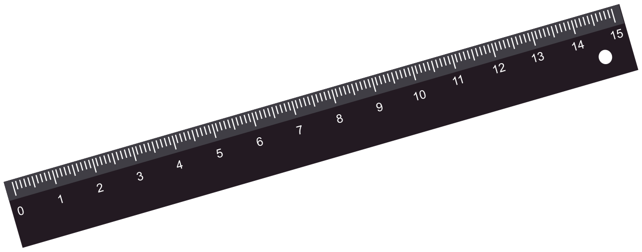
El lápiz, la regla, las escuadras, el transportador y el compás son los instrumentos básicos del dibujo.

Lápiz

Los lápices con los que se escriben notas y se realizan trazos geométricos son duros y pertenecen a la serie H, mientras que los lápices suaves o de la serie B se emplean en el dibujo artístico. Es recomendable realizar las construcciones o dibujos a lápiz y tener a mano borrador y tajalápiz o sacapuntas.

Regla

La regla es una barra, generalmente de acrílico transparente, metal o madera.

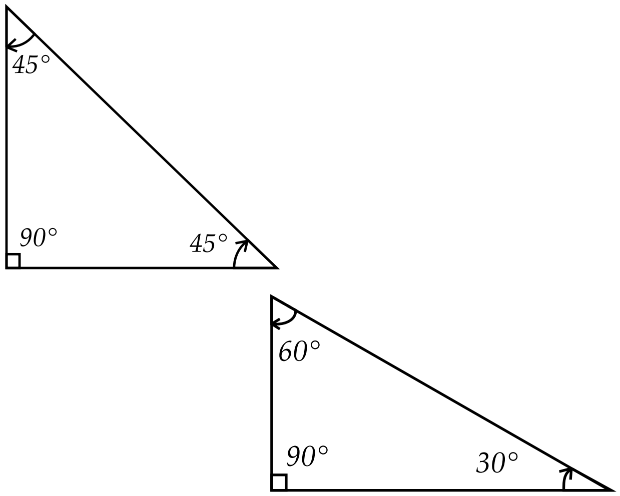


Las reglas están graduadas en el canto o borde superior, cuyo grosor por lo general está adelgazado. Con la regla trazamos segmentos o trozos de recta que pasan por un punto o que unen dos puntos.

Otros usos cotidianos de la regla son: el trazado de márgenes, los subrayados y la medición de longitudes.

Escuadras

El juego de escuadras consta de dos instrumentos de acrílico, madera o metal en forma de triángulo rectángulo (por tener un ángulo recto o de 90°), pueden estar o no graduadas. Las escuadras se utilizan para trazar rectas horizontales, verticales, paralelas, perpendiculares e inclinadas.



La escuadra isósceles o de 45° tiene dos lados iguales y sus ángulos miden 45°, 90° y 45°.

La escuadra escalena o de 30° y 60° tiene sus tres lados de diferentes medidas y sus ángulos miden 30°, 60° y 90°.

Trazado de líneas

Existen dos tipos de líneas: las rectas y las curvas. Ver Fig. 5.

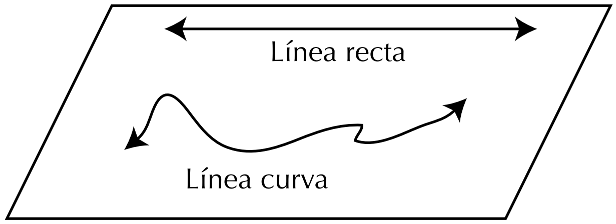


Figura 5

Las líneas rectas se trazan con la regla o escuadras y generalmente, se trazan de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo. Cuando se trabaja con dos instrumentos, como la regla y una escuadra, o con las dos escuadras, hay un instrumento que permanece fijo y otro que es móvil. Para el trazado de línea es indispensable dar a los instrumentos geométricos varios puntos de apoyo, para que no se muevan.

Con los dedos se proporcionan los apoyos y dependiendo de cómo y cuántos se colocan, se logrará menor o mayor estabilidad, los dedos centrales dan movilidad a la escuadra. Con la práctica se evitará que los dedos interfieran en el trazado de una línea.

Posiciones relativas de dos rectas

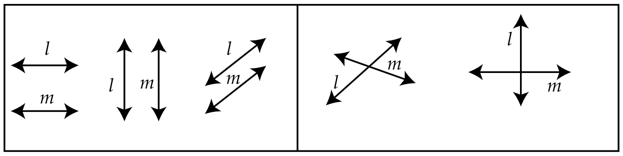


Figura 6

Dadas dos rectas ***l*** y ***m***, en el plano, éstas pueden tener las posiciones relativas que muestra la Fig. 6.

Paralelas

Dos o más rectas paralelas no se cortan, por más que se prolonguen. Las rectas paralelas no tienen puntos en común y si los tienen, son la misma recta.

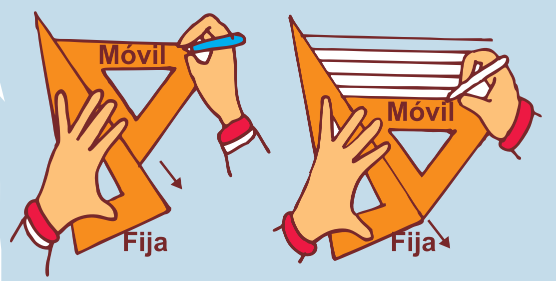


Figura 7

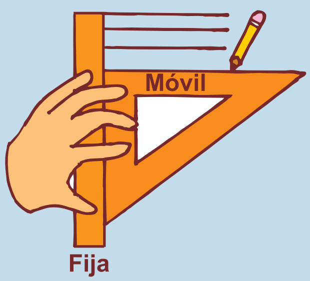


Figura 8

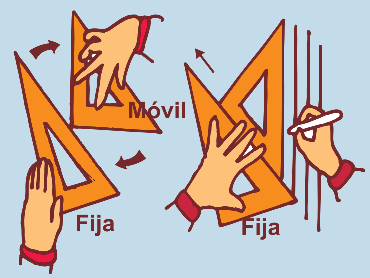


Figura 9

La Figura 7 muestra el trazo de segmentos de recta paralelos horizontales, con dos escuadras.

La Figura 8 muestra el trazo de segmentos de recta paralelos horizontales (de izquierda a derecha) con regla y escuadra y la Figura 9 muestra el trazo de segmentos de recta paralelos de arriba hacia abajo con dos escuadras. En los tres casos, la escuadra móvil se va deslizando sobre un lado de la escuadra o de la regla que están fijas.

El símbolo de paralelismo es ||. Así, si las rectas ***l*** y ***m*** son paralelas, escribiremos simbólicamente: $\overleftrightarrow{l} \parallel \overleftrightarrow{m}$ y se lee: "la recta ***l*** es paralela a la recta ***m***" ó las rectas ***l*** y ***m*** son paralelas.

Como caso particular de rectas paralelas, se dice que dos rectas son coincidentes, si son la misma recta.

Rectas intersecantes

Rectas intersecantes o secantes son las rectas que se cortan.

Dos rectas intersecantes tienen un punto en común. Dos rectas perpendiculares son un caso especial de rectas intersecantes.

Perpendiculares

Si al cortarse dos rectas forman cuatro ángulos iguales, se dice que estas dos rectas son **perpendiculares** y cada uno de los ángulos formados mide 90°, es decir son ángulos rectos. Ver figura 10.

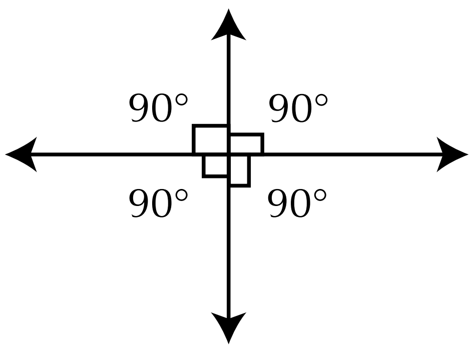
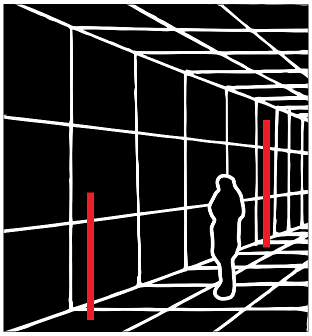


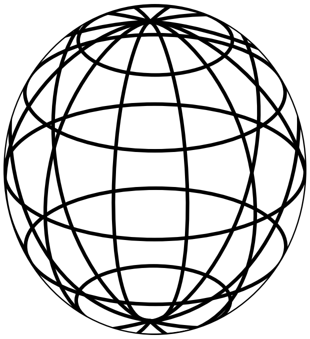
Figura 10

Los dibujos A,B y C muestran rectas paralelas y perpendiculares, identifica en cada uno de los dibujos cuáles rectas son las paralelas y cuáles son las perpendiculares. ¿Por qué?



A

B



C

Rotación

Con una hoja de papel, un palillo y un lápiz, realiza la siguiente actividad:

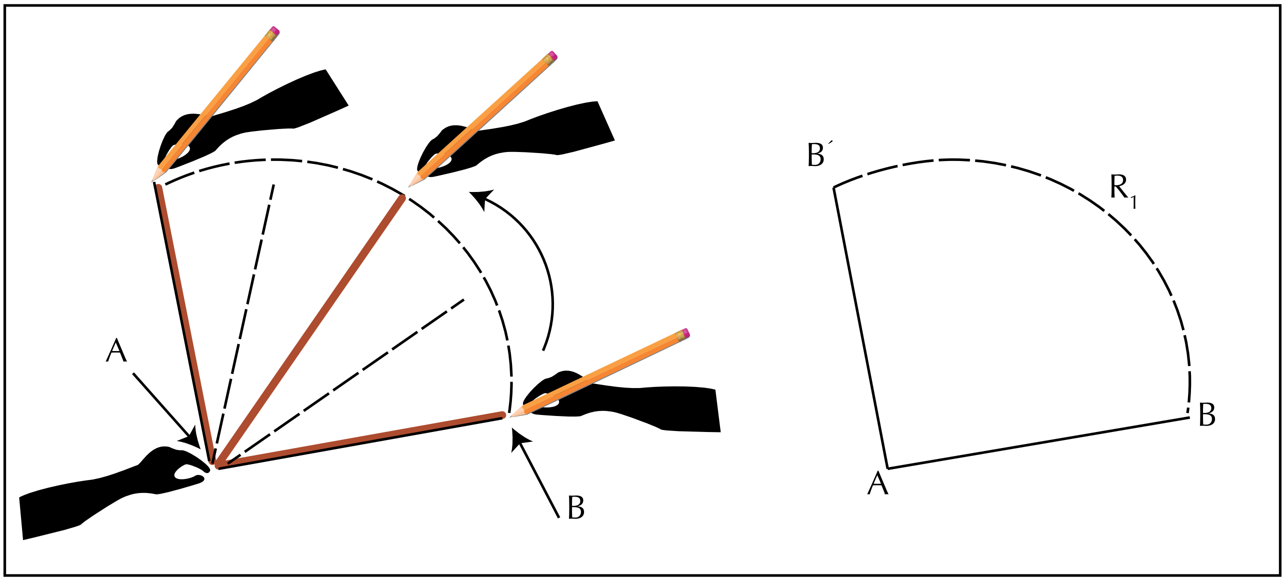


Figura 11

Dibuja un segmento $\overline{AB}$ del tamaño del palillo. Con una mano fija el palillo por un extremo, (marca en el papel el extremo del palillo con un punto A).

Con la otra mano y con el lápiz marca el segmento desde A hasta el punto B aplica un giro en el sentido contrario a las manecillas del reloj (a medida que haces el giro marca la huella con un lápiz), hasta obtener $\overline{AB'}$, perpendicular a $\overline{AB}$.

En la Figura 11 encontrarás un dibujo que muestra la rotación.

- La rotación realizada es R_1.
- El centro de rotación es el punto fijo A.
- El sentido del giro que se realiza es contrario al movimiento de las manecillas del reloj.
- El segmento inicial es: $\overline{AB}$.
- El segmento final es: $\overline{AB'}$.
- ¿Cuál es la amplitud o fracción del giro de la rotación?

Realiza en tu cuaderno otra rotación R_2 con el palillo, de tal forma que el giro alcance una amplitud de $\frac{3}{4}$ de vuelta en el sentido opuesto al movimiento de las manecillas del reloj.

¿A cuántos grados equivale la amplitud de cada una de las siguientes rotaciones?

a. Media vuelta.
b. Un tercio de vuelta.
c. Un cuarto de vuelta.
d. Un sexto de vuelta.
e. Un octavo de vuelta.

Discútelo con tus compañeros.

Ángulo

La Figura 12 muestra: Una semi-recta $\overline{OR}$ cuyo centro de rotación es el punto O, una fracción de giro menor de 90° en sentido contrario a las manecillas del reloj y una semi-recta imagen $\overline{OR'}$.

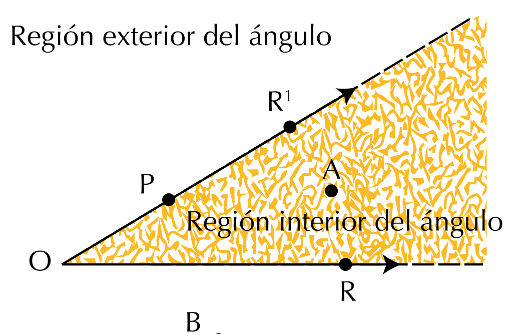


Figura 12

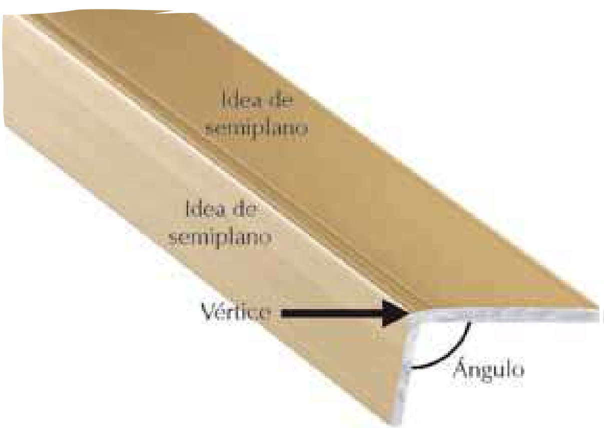
Observa y responde:

- ¿Las semi-rectas $\overline{OR}$ y $\overline{OR'}$ tienen algún punto en común? ¿Cuál? ¿Cuáles?
- ¿En cuál de las semi-rectas está ubicado el punto P?
- ¿En qué región del plano está ubicado el punto A?
- ¿En qué región del plano está ubicado el punto B?

La figura formada por dos semi-rectas que tienen un origen en común es considerada como ángulo.

Un ángulo puede formarse por la región comprendida entre dos líneas que se cortan en un punto común llamado vértice. En un ángulo podemos distinguir una región interior y una región exterior a él, como muestra la figura 12. En la intersección de dos semiplanos también hay un ángulo.

Intersección de dos rectas



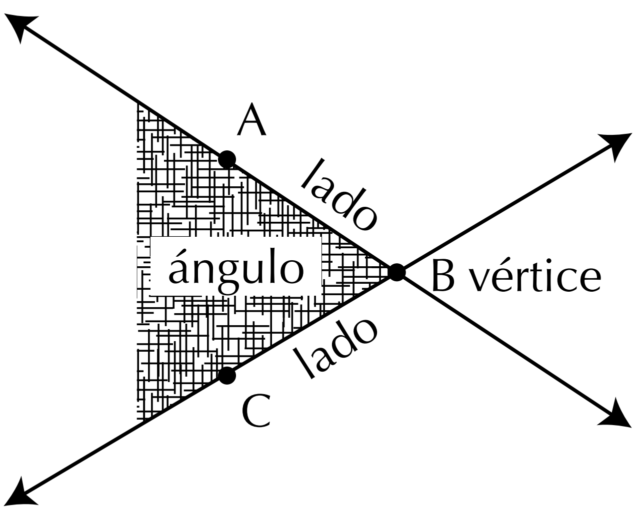


Figura 13

Los símbolos $\angle$ $\measuredangle$ $\sphericalangle$ significan ángulo. Puede usarse cualquiera de ellos para nombrarlo.

Un ángulo se nombra con tres puntos. Así, el ángulo de vértice O y de lados los rayos que parten de O y pasan por los puntos **P** y **R** , se nombra: $\overrightarrow{OP}$ y $\overrightarrow{OR}$, "el **ángulo POR**". Simbólicamente se escribe: $\angle$POR o $\widehat{POR}$.

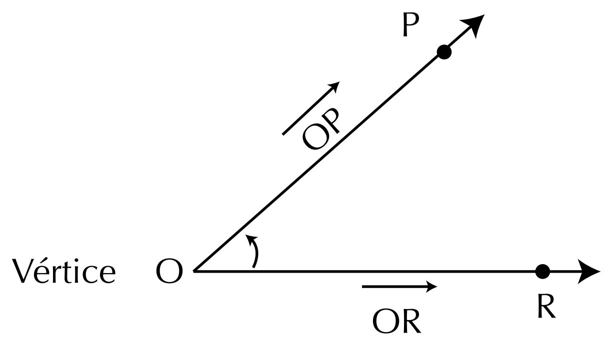


Figura 14

Transportador

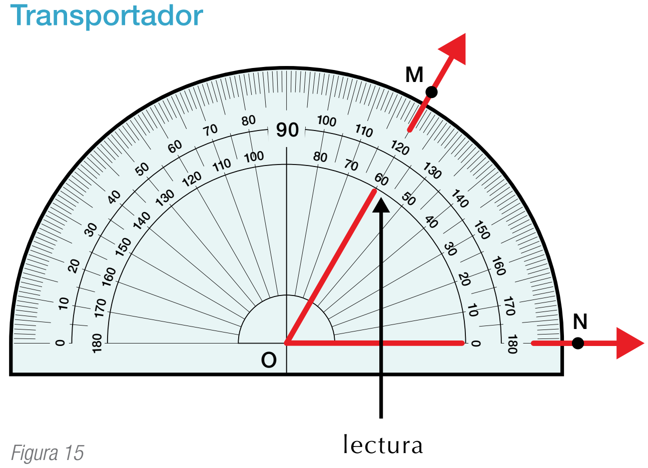


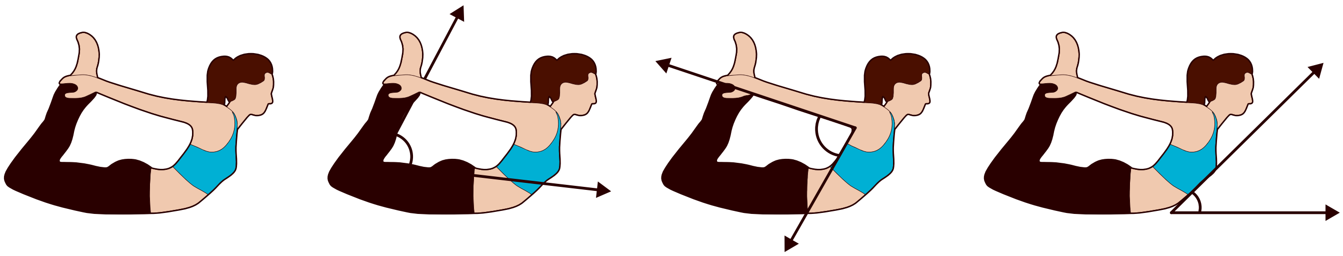
Figura 15

El transportador es una herramienta de dibujo que nos permite medir y construir ángulos de cualquier medida. Consiste en un semicírculo que está graduado desde 0° (0 grados) hasta 180° (180 grados) o 360° (360 grados) con subdivisiones de 10° en 10° y de 1° en 1°.

El dibujo muestra la forma de ubicar el transportador para tomar la medida del $\angle$MON. Observe que la lectura de los grados se hace por la escala interior del transportador, en sentido contrario a las manecillas del reloj y el vértice del ángulo coincide con el centro del semi-circulo del transportador.

La medida $\angle$MON **= 60°**.

En una fotografía tomada a una gimnasta, se muestran diferentes ángulos. ¿Cuánto mide cada ángulo indicado en la imagen?



Compás

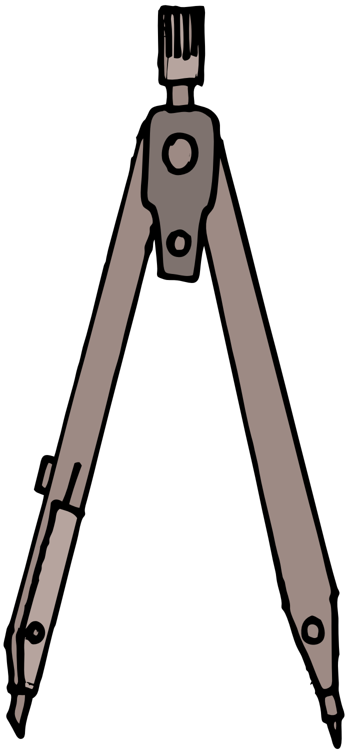


Figura 16

Un compás es un instrumento de dibujo, formado por dos “patas” unidas por una bisagra, cuya apertura puede regularse fácilmente. Generalmente, una pata tiene una punta de acero, aguja o chuzo y la otra pata tiene una mina o un porta lápiz.

En el extremo superior tiene un pequeño cilindro acanalado, para poder sujetarlo con dos dedos y facilitar el movimiento de giro.

El compás se utiliza para:

a. **Construir circunferencias o arcos de circunferencia.**

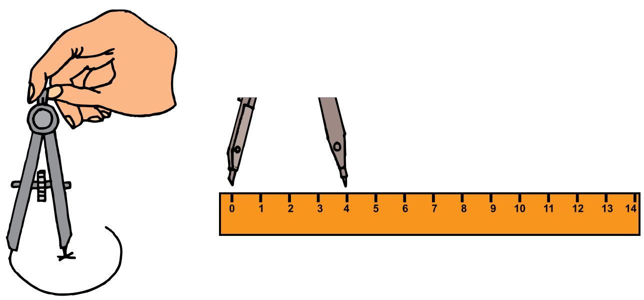


Figura 17

b. **Transportar medidas de un segmento de recta o de un arco.**

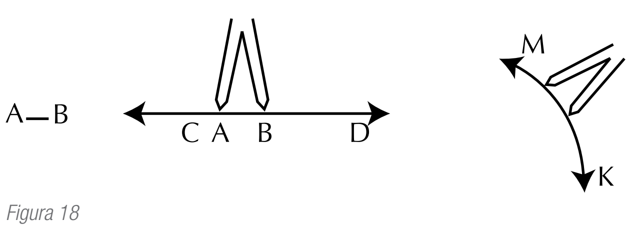


Figura 18

Aplicación

Copia en tu cuaderno las actividades siguientes y compara tu trabajo con el de algunos compañeros.

1. Construye con lápiz y compás en una cartulina margaritas de diferentes tamaños con los pasos siguientes, coloréalas y crea decoraciones con ellas. Recuerda que todas las construcciones las haces en tu cuaderno.

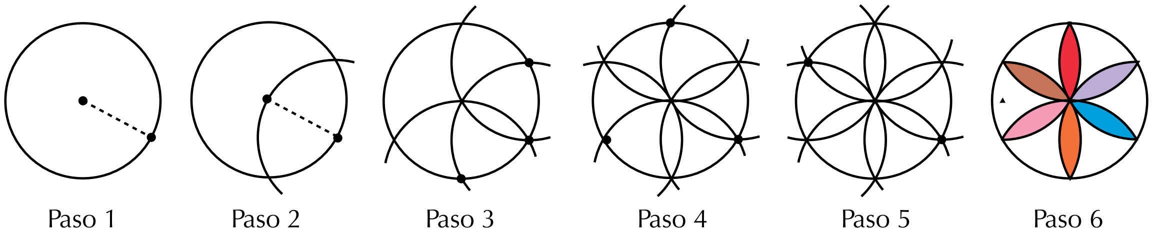


Figura 19

2. La geometría puede ser un medio de entretenimiento y hacer parte del arte. A través de la geometría el ser humano puede expresar sus sentimientos artísticos y representar objetos de la naturaleza. Así puede realizar dibujos en diseños libres o en diseños geométricos. Un dibujo es la representación de un objeto o cuerpo, en el plano. Para su realización se requieren, en algunos casos, conocimientos respecto a la forma y al manejo de los instrumentos de dibujo.

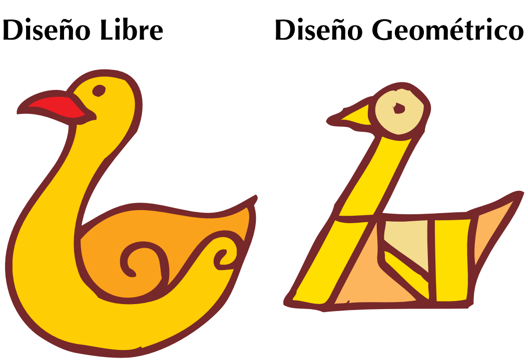


Figura 20

Podemos indicar la representación gráfica del medio que le rodea o de aquello que nos imaginamos en forma libre, copiando formas y colores que la naturaleza nos ofrece, esto propicia el desarrollo de la imaginación, la creatividad y el desarrollo de habilidades y destrezas manuales.

Cuando ya se emplean los instrumentos de dibujo, como regla, escuadras, transportador o compás se geometrizan las formas de cuerpos y objetos. En la Fig. 20 puedes observar la diferencia entre un diseño libre y un diseño geométrico.

3. La medición de ángulos en topografía y astronomía requiere de subdivisiones menores de grado. El sistema de medición es el sexagesimal, éste sistema de numeración posicional emplea la base sesenta; es usado para medir tiempos (segundos, minutos y horas) y ángulos (segundos, minutos y grados).

   Al dividir un grado en sesenta partes, cada una de estas partes es un minuto (1′) y al dividir cada minuto en 60 partes, cada una de estas partes es un segundo (1″).

En general, 1°= 60′ 1′= 60″ ¿Cuántos segundos tiene un minuto? La expresión decimal 40.5° se puede escribir en unidades pequeñas.

Como 40.5°=40°+0.5°, entonces se encuentra la equivalencia en minutos de 0.5°, formando la proporción:

$$\frac{?}{0.5°} = \frac{60´}{1°} \longrightarrow \; ? = \frac{60´ \times 0.5°}{1°} = 30´$$

Entonces la expresión 40.5°= 40°30′.

¿A qué equivale en grados y minutos la expresión 60.25°?

Para convertir expresiones decimales de ángulos en la calculadora, si la tienes, se procede de la forma siguiente: Se digita la expresión decimal de la medida del ángulo, por ejemplo 80.21°.

Se digitan las teclas  . Entonces aparecerá en la pantalla.

Luego 80.21°=80°12′36″.

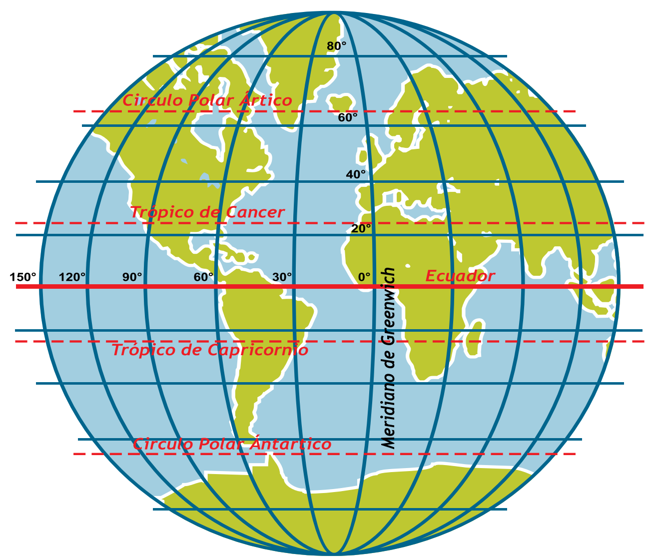
4. Convierte los grados a minutos y a segundos:

   a. 15°
   b. 45°
   c. 90°.

5. Convierte a grados, minutos y segundos las expresiones:

   a. 10.28°
   b. 62.153°
   c. 85.12°.

6. Coordenadas geográficas



Cualquier punto sobre la superficie de la tierra tiene dos referencias para ser ubicados, la latitud y la longitud geográficas.

Latitud geográfica (Norte y Sur)

Es el ángulo que forma la vertical del lugar con la línea ecuatorial, de 0º a 90º hacia el Norte, y de 0º a 90º hacia el Sur.

Así, por ejemplo:

El Polo norte está a 90º latitud norte, y el polo Sur está a 90º latitud Sur. Cualquier punto del círculo ecuatorial de la Tierra está a latitud 0º.

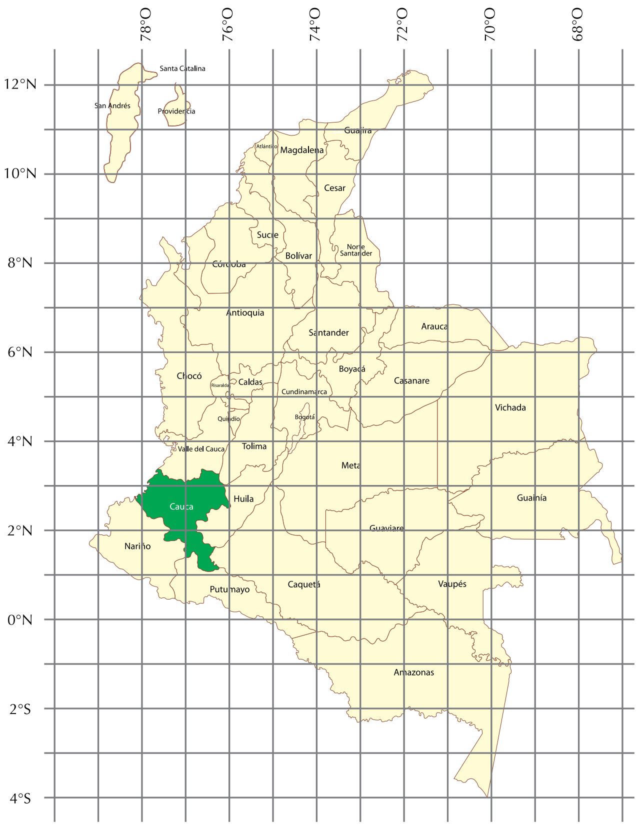
Longitud geográfica (Este y Oeste)

Es el ángulo que forma el meridiano de Greenwich con el meridiano del lugar, de 0º a 180º hacia el Este, y de 0º a 180º hacia el Oeste.

Así, por ejemplo:

La ciudad de Greenwich y todos los puntos del semi-meridiano que va desde el polo norte-Greenwich-polo sur, tienen longitud 0. Los puntos del semi meridiano restante tienen longitud 180º (Este u Oeste, indiferentemente).

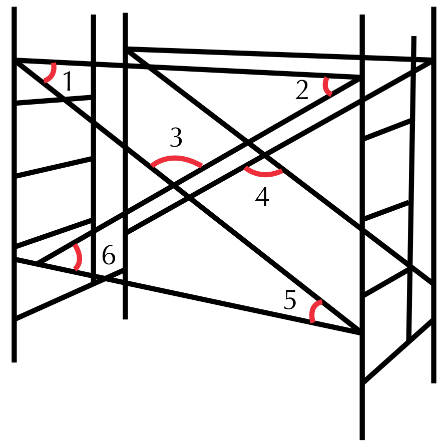
El punto intersección del meridiano de Greenwich con el círculo ecuatorial tiene coordenadas: Latitud 0º, Longitud 0º; y su antípoda es el punto de coordenadas: Latitud 0º, Longitud 180º.



El Departamento de Cauca está situado en el suroeste del país entre las regiones andina y pacífica; localizado entre los 00º58′54″ y 03º19′04″ de latitud norte y los 75º47′36″ y 77º57′05″ de longitud oeste.

7. En tu cuaderno, escribe la ubicación (longitud y latitud) de tu departamento y la ciudad o región donde vives.

8. Dada la figura:

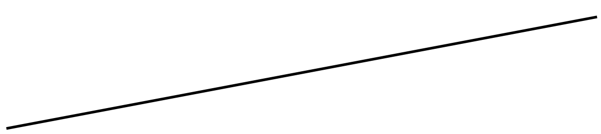


a. Marca con un lápiz de color azul un par de rectas paralelas.
b. Marca con un lápiz de color amarillo un par de rectas perpendiculares.
c. Con el transportador mide los ángulos marcados con los números 1, 2, 3, 4, 5, y 6.

9. Expresa:

a. 3 horas en minutos.
b. 2 horas y 8 minutos en segundos.
c. 58 minutos en segundos.

10. Dado el segmento,



traza un segmento perpendicular en uno de sus puntos y otro paralelo a él.

Entendemos por…

Observar: mirar con detenimiento.
En la observación intervienen los sentidos. Es muy importante observar para captar detalles necesarios en las construcciones geométricas.
Descripción: explicación detallada y ordenada, de acciones, objetos, personas, lugares, etc. En geometría, es frecuente la descripción de cuerpos o de figuras, para una mejor comprensión.

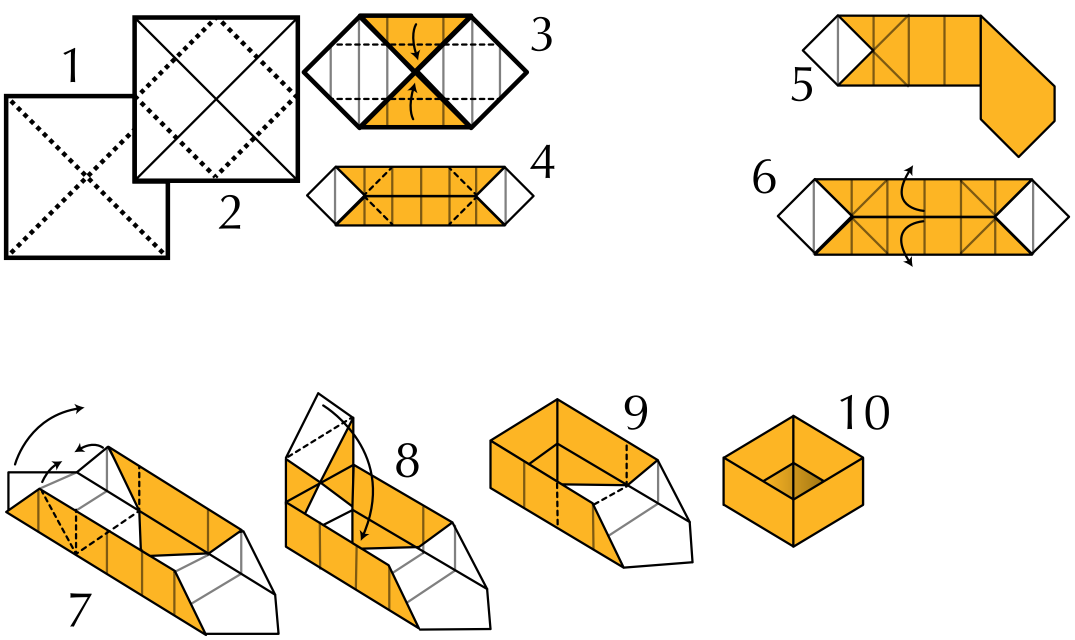
Diversión matemática

Cajita de papel

Sigue la secuencia y ármala.

Solo necesitas una hoja cuadrada de papel, del tamaño que quieras.

Haz los dobleces por las paralelas y perpendiculares marcadas en la hoja.



Día a día

La nueva labranza

Para sembrar la tierra, hay que trabajarla y en el campo, el buey ha sido el mejor aliado del hombre.

En los últimos años muchos agricultores han dejado los métodos tradicionales de labranza.

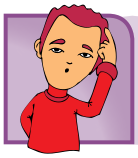
El moderno trabajo de ingeniería les ha provisto de nuevas máquinas que han hecho abreviar muchas operaciones de la labranza.

En muchos casos la eliminación de las malezas se hace con herbicidas y para la siembra se remueve solo una pequeña franja en donde se deposita la semilla.

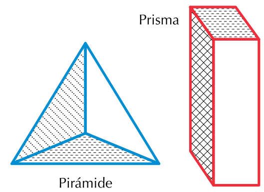
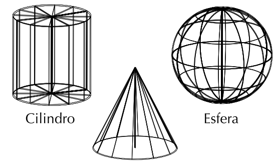
Como norma general, surcos entre 20 cm y 25 cm, paralelamente, son suficientes para cultivos de raíz, y entre 15 cm y 20 cm para la mayoría de los cultivos.

Texto tomado de:http://curza.uncoma.edu.ar/academica/archivos/Apunte_de_maquinarias_fotos.pdf

Tema 2. Ubico objetos en el espacio y modelo sólidos



Indagación

Cuerpos geométricos regulares o sólidos geométricos	
Poliedros	*Cuerpos redondos*
Cuerpos limitados por caras planas	Cuerpos limitados por caras curvas o por caras curvas y planas
	

Pensemos en la diferencia que hay entre situar un objeto en el plano y situar un objeto en el espacio. Una hoja de papel o un pedazo de cartulina, nos da la idea de plano y una caja de cartón nos da la idea de espacio.

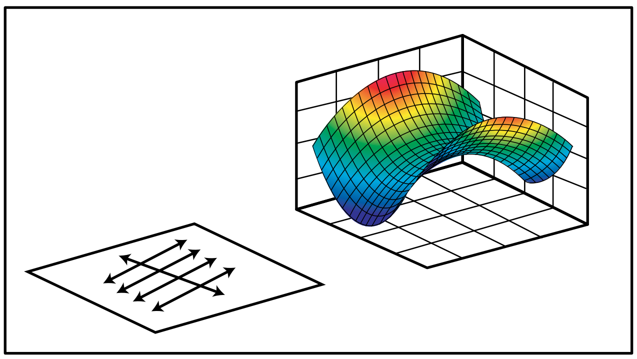
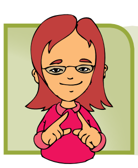


Figura 21

La Figura 21 muestra un ejemplo de la diferencia que hay entre ubicar objetos en el plano y ubicar objetos en el espacio. Compara tus opiniones con las de algunos compañeros y coméntalas. Averigua, por ejemplo, cómo se llaman las dimensiones que se usan en el plano y cuáles son las dimensiones en el espacio tridimensional.



Conceptualización

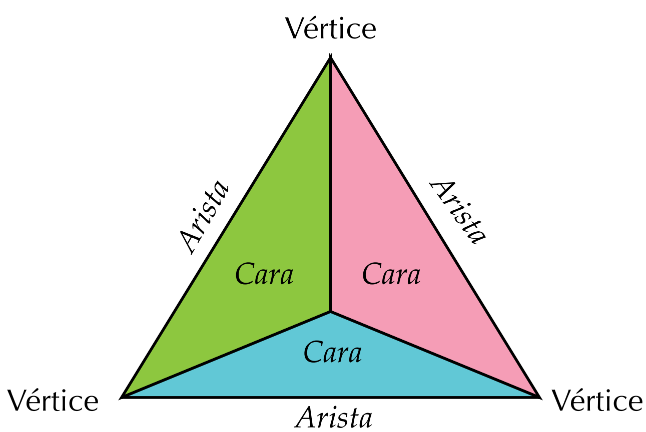
El Organizador gráfico de la página 98 te muestra la composición y clasificación de los cuerpos geométricos, llamados también sólidos geométricos.

Los sólidos o cuerpos geométricos, tienen formas diferentes pero elementos comunes. Los sólidos están limitados por caras planas o por caras curvas o planas y curvas.

Si sus caras son planas, se llaman poliedros y si sus caras son curvas o curvas y planas, se llaman cuerpos redondos.

Hemos dicho que los prismas y las pirámides son poliedros y los poliedros tienen caras, aristas y vértices.

A continuación, encuentras una pirámide que tiene señalados sus vértices, sus aristas y sus caras.



Ahora tú, con un compañero, señala las caras, las aristas y los vértices del prisma siguiente.

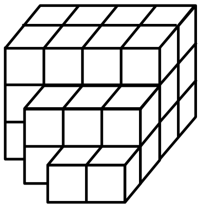
Entendemos por…

Unidimensional el término utilizado para describir figuras que se miden en una sola dirección, como una línea, que sólo tiene longitud.
Bidimensional el término utilizado para describir figuras planas en las que se miden dos dimensiones: largo y ancho. Por ejemplo las dimensiones de un terreno.
Tridimensional el término utilizado para describir cuerpos que ocupan un lugar en el espacio.

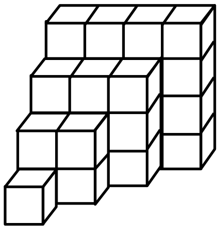
Diversión matemática

Diviértete observando y contando cubos. Analízalo con algunos compañeros.

¿Cuántos cubos hay?



¿Cuántos cubos hay?



Aplicación

Una actividad muy importante en Matemáticas es la modelación.

La modelación matemática permite al alumno aprender las matemáticas de manera aplicada en otras áreas del conocimiento, y también mejorar la capacidad para representar situaciones.

Modelación del prisma, de la pirámide y del cono

A continuación encuentras los moldes de algunos sólidos o cuerpos geométricos que debes copiar o calcar, cada uno en una hoja de cartulina o de papel.

Los cuerpos geométricos que vas a modelar son: El prisma rectangular o paralelepípedo, la pirámide de base triangular llamada tetraedro y el cono.

Recorta cada figura, úntale pegante a las pestañas y ármalas. Luego, describe cuántas caras, aristas y vértices tiene cada uno, si los tiene.

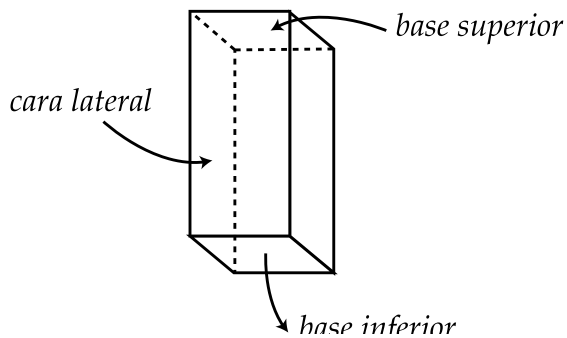
Día a día

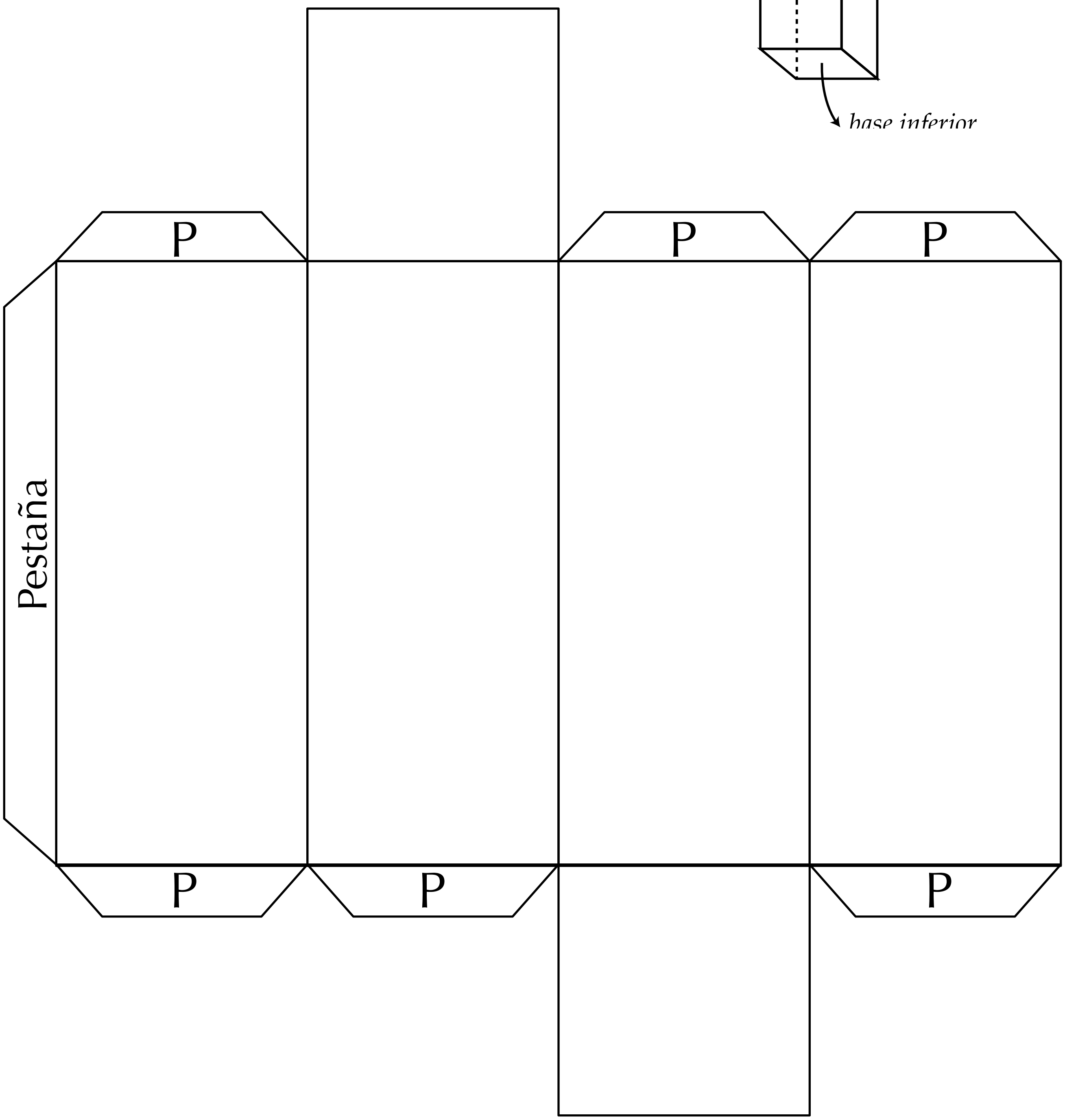
Trenzado de canastos

Ya en el año 5,000 antes de Cristo, era ya común la fabricación de canastos y de ropa. Probablemente el trenzado de canastos fue primero, pues es más fácil trenzar un canasto que tejer un vestido. Además no se requería telar ni los tejedores y podían usar tallos enteros de plantas, en vez de usar hilar las fibras de éstas para obtener hilo.
En China utilizaban tiras de bambú, en Oriente medio usaban lino y paja y en Europa utilizaban el sauce. Estos mismos materiales eran usados para trenzar esterillas.
Si observas los canastos que hoy en día fabricamos en nuestros pueblos verás que sus tiras forman segmentos paralelos y segmentos que se cruzan.

1. Prisma rectangular

Así queda el prisma rectangular o paralelepípedo

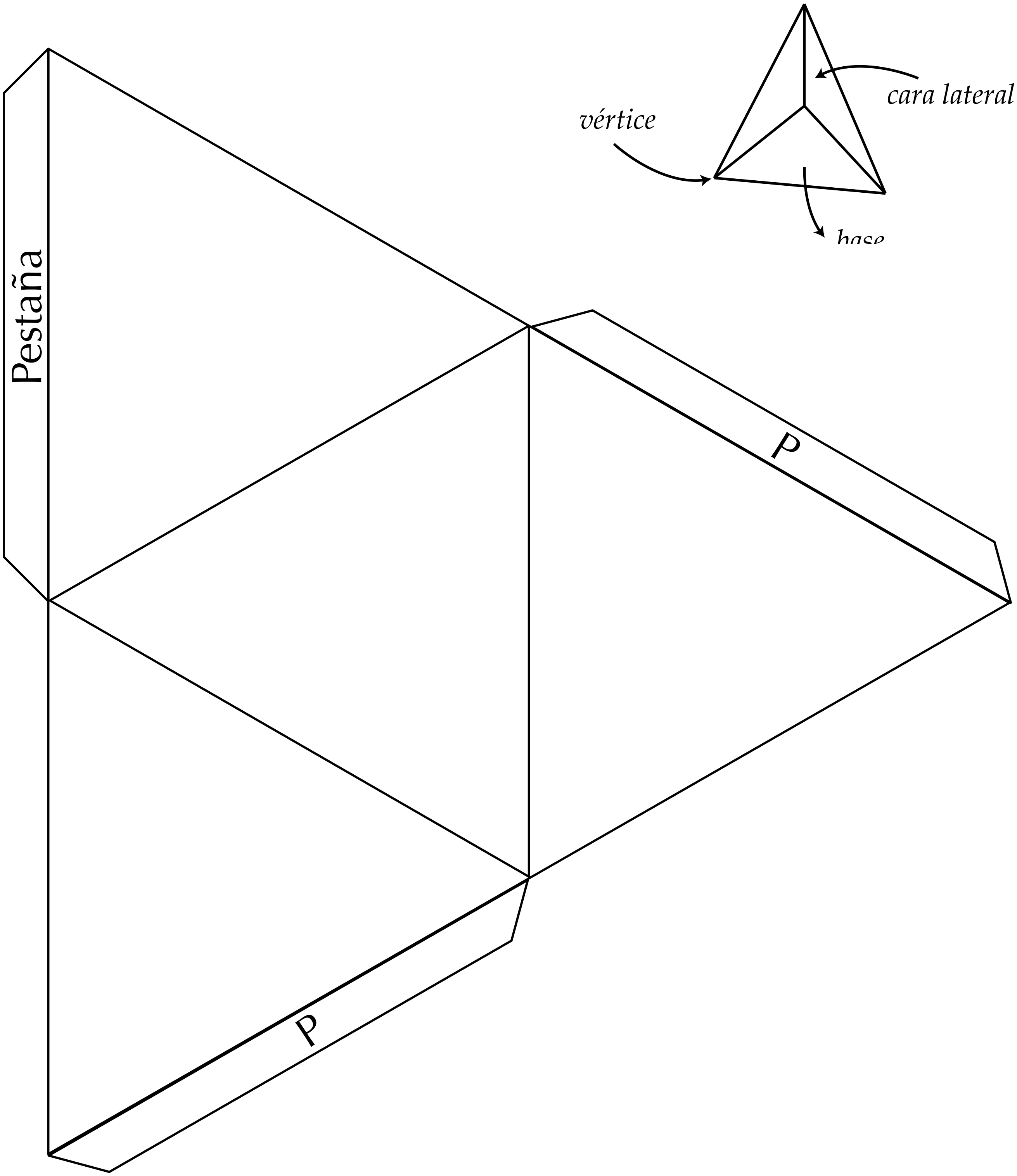




Una vez construido, mídele la altura y describe sus caras (explica cómo son).

2. Pirámide

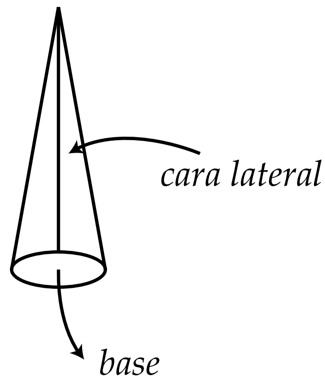
Así queda la pirámide triangular o tetraedro

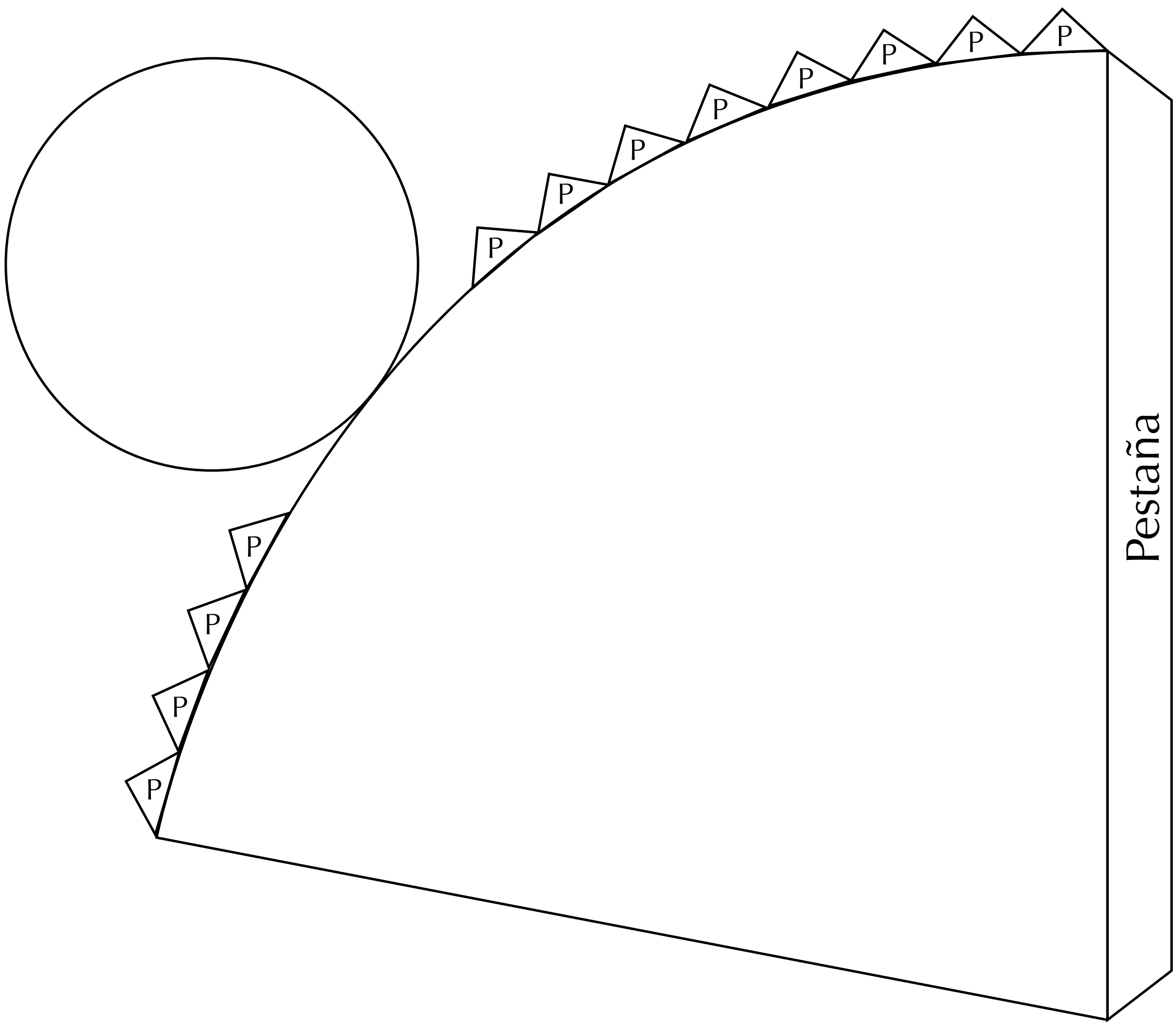


Una vez construido, mídele la altura y describe sus caras (explica cómo son).

3. Cono

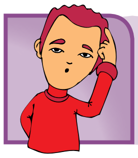
Así queda el cono





Una vez construido, mídele la altura y describe sus caras (explica cómo son).

Tema 3. Construcciones simétricas y a escala



Indagación

¿Te has detenido a observar regularidades geométricas que hay en la naturaleza?

La naturaleza que nos rodea está llena de formas y figuras, muchas de ellas repetitivas.

Fíjate que en las flores, en las hojas de las plantas, en los ramitos de brócoli o en los panales de las abejas, existe la repetición de una misma estructura, dando lugar a imágenes de increíble belleza.

Un fractal es básicamente una figura geométrica. Los fractales tienen una propiedad son autosemejantes, es decir que las figuras se repiten una y otra vez de una forma infinita.

La naturaleza que nos rodea está llena de fractales. Basta detenerse a observar las plantas para ver repetición de la misma figura ya sea en ramas, flores o frutos.

Figura 1

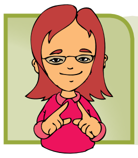
Figura 2

Figura 3

Figura 4

Observa detenidamente las figuras 1, 2, 3 y 4. Contesta en tu cuaderno las preguntas siguientes y después comenta tus respuestas con tres compañeros.

1. Dibuja la figura geométrica que se repite en la Figura1. Descríbela.
2. ¿Qué puedes decir de la Figura 3 en cuanto a la forma y tamaño de sus componentes?
3. ¿A qué se parece la forma de los componentes de la Figura 4?
4. Escribe cinco ejemplos de fractales que hayas observado en la naturaleza.



Conceptualización
Simetría

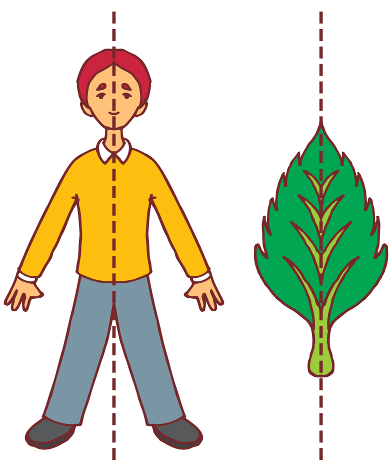
En la naturaleza, es posible encontrar múltiples ejemplos de figuras que son simétricas; pero, ¿qué es simetría?

En cada uno de los dibujos siguientes, hay una línea punteada que los divide en dos partes.

Estas pueden coincidir perfectamente al doblar la hoja por la línea punteada.

A esta línea punteada se le llama eje de simetría y a las figuras se les conoce como figuras simétricas.

Como en cada dibujo hay un eje de simetría y las dos partes son congruentes (coinciden en todos sus puntos), entonces, la ilustración es un ejemplo de simetría axial.

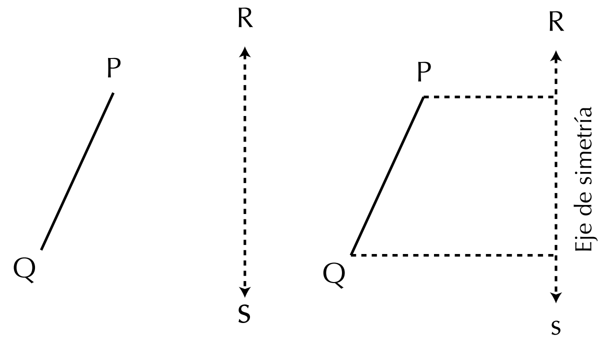


Por lo tanto, podemos afirmar que:

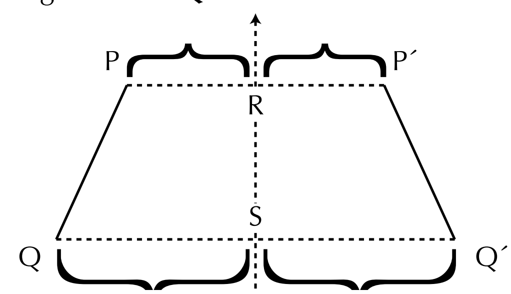
Dos partes de una figura son simétricas, si al doblar la figura por el eje de simetría y superponer las partes, ellas coinciden en todos sus puntos.

Para encontrar el simétrico de un segmento respecto a un eje, procedes siguiendo las instrucciones siguientes:

- En una hoja de papel o cuaderno, se trazan el segmento PQ y el eje de simetría RS.
- Se trazan los segmentos perpendiculares (punteados), que van desde los puntos **P** y **Q** hasta el eje de simetría, que es la recta **RS**.



- Hacia el lado derecho se toma una distancia igual a la que hay desde **P** hasta el eje **RS** marcando el punto **P´**.
- La misma distancia que hay de **Q** al eje **RS** se toma hacia la derecha obteniendo el punto **Q´**.
- Ahora se unen los puntos **P´** y **Q´** para trazar el segmento **P′ Q′**.



- El segmento **PQ** es homólogo al segmento **P´Q´**.
- Observa que los segmentos que atraviesan en eje son paralelos.

En general:

Ahora se utilizará el eje de simetría como si se tratara de un espejo y véase lo que sucede con la figura original:

La figura que se refleja en el espejo se considera como simétrica y el eje de simetría RS sugiere la idea del espejo en el cual se refleja la figura original.

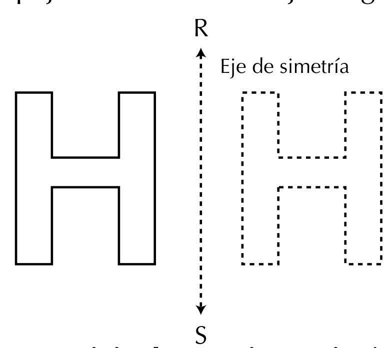
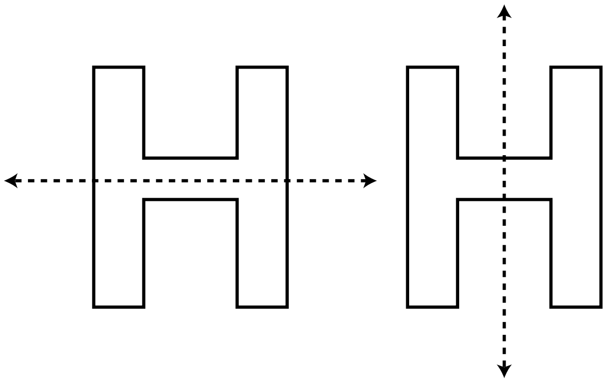


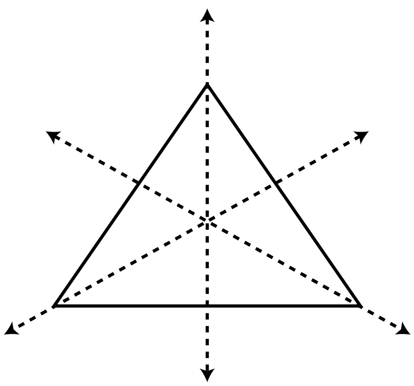
Figura original **Figura simétrica reflejada en el espejo**

En una figura se puede encontrar más de un eje de simetría, ejemplos:

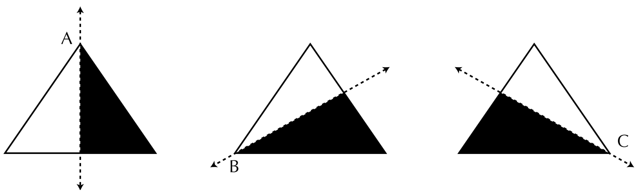
1. En este caso, la letra H tiene dos ejes de simetría.



2. El triángulo equilátero tiene tres ejes de simetría coplanares, en virtud de que sus tres lados son de la misma medida.

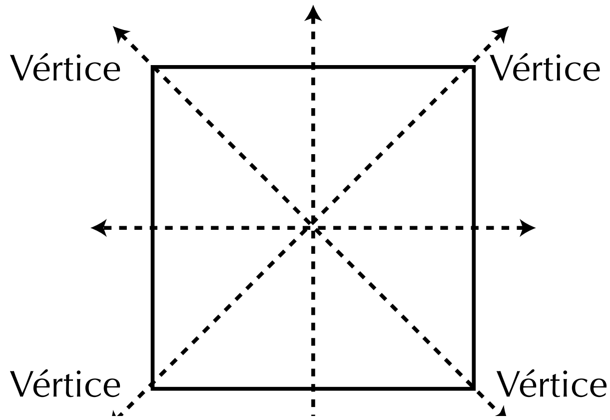


Obsérvese la comprobación de que en el triángulo equilátero hay tres ejes de simetría. Por cada vértice pasa un eje.



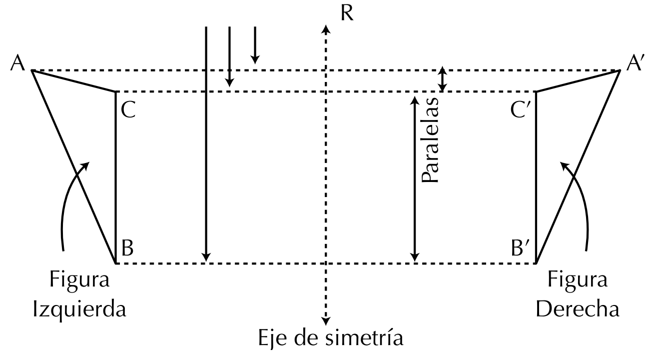
El cuadrado tiene **cuatro ejes de simetría** coplanares, de los cuales dos de ellos pasan por los vértices (dos diagonales) y los otros dos pasan por los puntos medios de los lados opuestos.

Existe otro eje de simetría, perpendicular al plano de la hoja, que pasa por el centro.



La figura siguiente muestra la simetría del triángulo **ABC**, a través de perpendiculares, con respecto un eje de simetría que en este caso es la recta **RS**, y da como resultado el triángulo **A´B´C´**.

Perpendiculares al eje de simetría



El punto **A** es homólogo o correspondiente con el punto **A′**, el punto **B** es homólogo o correspondiente con el punto **B′**, el punto **C** es homólogo o correspondiente con el punto **C′**.

Las dos figuras se superponen (la una encima de otra), mediante la simetría, todos sus puntos coinciden; entonces, se dice que las dos figuras son **congruentes**.

El símbolo de congruencia es ≅. En este caso el triángulo **ABC** es congruente con el triángulo **A´B´C´**.

Simbólicamente se escribe: $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$.

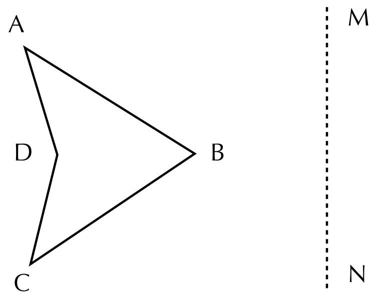
Propiedades de la simetría axial

Analicemos los ejercicios siguientes:

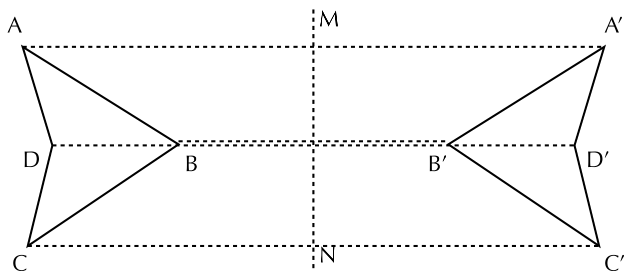
1. Dados el cuadrilátero **ABCD** y el segmento de recta **M**, trazar el cuadrilátero **A´B´C´D´** simétrico al cuadrilátero dado.

Solución

Dados el cuadrilátero **ABCD** y el eje axial **MN**.



Se construyen los cuadriláteros **ABCD** y **A´B´C´D´**.



La simetría axial de los cuadriláteros **ABCD** y **A´B´C´D´** cumple las propiedades explicadas en el cuadro siguiente:

1. Los homólogos son equidistantes al eje de simetría	A y A' B y B' C y C' D y D'	La distancia de A al eje MN es igual que la distancia de A' a MN
2. Los segmentos que unen los puntos homólogos son:	$\overline{A\ A'}$ $\overline{B\ B'}$ $\overline{C\ C'}$ $\overline{D\ D'}$	Los segmentos que unen los puntos homólogos son perpendiculares al eje de simetría Dichos segmentos son paralelos entre si.
3. Los lados de los cuadrilateros simétricos son respectivamente congruentes	$\overline{AB} \cong \overline{A'B'}$ $\overline{BC} \cong \overline{B'C'}$ $\overline{CD} \cong \overline{C'D'}$ $\overline{DA} \cong \overline{D'A'}$	Hay simetría y congruencia
4. Los ángulos de las figuras simétricas son:	$<A \cong <A'$ $<B \cong <B'$ $<C \cong <C'$ $<D \cong <D'$	Además de ser simétricos, son congruentes
5. El orden en que están situados los puntos en la figura original es:	A,B,C,D	El orden de los puntos de la figura simétrica es opuesto a los de la original A',B',C',D

Escalas

No siempre se puede representar un objeto en su tamaño original. Algunas veces es necesario dibujarlo más grande o más pequeño. Al resultado de este procedimiento se le conoce con el nombre de dibujo a escala.

Para realizar un dibujo a escala se establece una relación de cociente o división entre las medidas del objeto real y las medidas del dibujo, por lo que se tienen tres tipos de escalas:

Escala natural. Cuando el dibujo tiene las mismas dimensiones que el objeto que representa.

Escala de ampliación. Cuando las medidas del dibujo son mayores que las del objeto que representa.

Escala de reducción. Cuando las medidas del dibujo son menores que las del objeto que representa.

Veamos con un ejemplo cómo se establece la escala:

1. Existen unos virus, llamados bacteriófagos que destruyen ciertas bacterias, alimentándose con ellas.

En la ilustración, aparecen bacteriófagos, cuya foto fue tomada a través de un potente microscopio que aumentó su tamaño 55,000 veces, pues tanto los virus como las bacterias no pueden verse a simple vista.

La escala es 55,000: 1 ó 55,000/1.

A este tipo de escala se le conoce como escala de ampliación.

De todo lo anterior, se puede afirmar que:

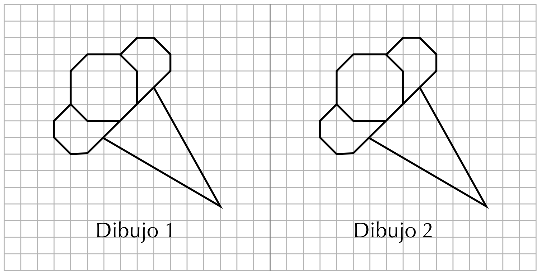
Las aplicaciones de las escalas de medida se pueden observar claramente en fotografías, juguetes, esculturas, maquetas, etc.

Escala natural

El dibujo muestra una figura original y su representación a escala natural, es decir que la dimensión de cada uno de sus lados tiene la misma medida que la figura original.

La razón de proporcionalidad es uno a uno 1:1. Las figuras además de tener la misma forma son congruentes.

Escala natural es aquella en que el dibujo tiene el mismo tamaño del objeto original.



En la figura de los conos, el dibujo 2 es una reproducción del dibujo 1 con las mismas dimensiones de éste, o sea, la escala a la que está hecho es uno a uno (1 :1) y, por tanto, los dos dibujos son congruentes.

También puede decirse que un dibujo hecho a escala natural (1:1, 2:2, etc.) es congruente con el original.

Las figuras congruentes son aquellas que tienen la misma forma e igual tamaño.

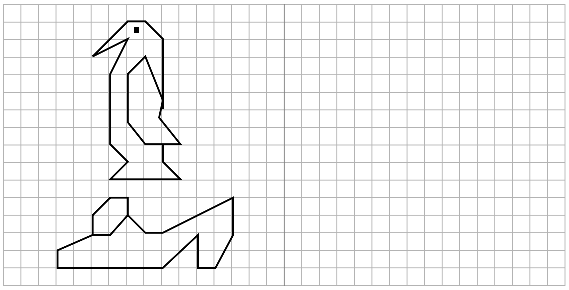
Algunos ejemplos de fabricación de objetos en tamaño real (escala natural) son los maniquíes para exhibir ropa, o los utilizados en medicina, de ciertas funciones y enfermedades, las reproducciones en serie de cualquier objeto, etcétera.

Con un compañero, contesta las siguientes preguntas, en tu cuaderno.

a. ¿Qué es la razón de proporcionalidad?
b. ¿Por qué la escala 1:1 es proporcional a las escalas 2:2, 3:3, 4:4,…?
c. ¿Cómo se les llama a las escalas anteriores?

Lee tus respuestas al grupo; si es necesario, completa lo escrito en tu cuaderno.

Reproduce, en escala natural (mismo tamaño), la figura que se presenta debajo.



Contesta, individualmente y en forma breve, las siguientes preguntas:

a. ¿Qué entiendes por escala natural?
b. ¿Qué características tienen dos figuras congruentes?
c. ¿Cómo se llama la razón que se establece al hacer una figura a escala?

Escala de ampliación

¿Has observado objetos a través de una lupa? La lupa ayuda a que cada detalle del objeto se vea con mayor precisión pues amplía su tamaño a la vista.

El hacer un dibujo al tamaño real de las cosas, no siempre facilita su observación o estudio y es por eso que se hace de él un dibujo de mayor o menor tamaño, guardando la proporción de sus lados, esto es, se hace un dibujo a escala.

En biología, por ejemplo, se usan modelos gráficos de la célula en una escala mayor al tamaño original, pues de esa forma su estudio se hace más comprensible.

Cuando se realiza la amplificación de una fotografía, lo que se desea es una foto mayor que la primera, en la cual se puedan apreciar los detalles que en la de menor tamaño no se perciben.

Para la amplificación de un dibujo debe indicarse en primer lugar a qué escala se desea.

En esta razón de proporcionalidad se observa con facilidad que cada segmento del dibujo a escala será el doble del primero.

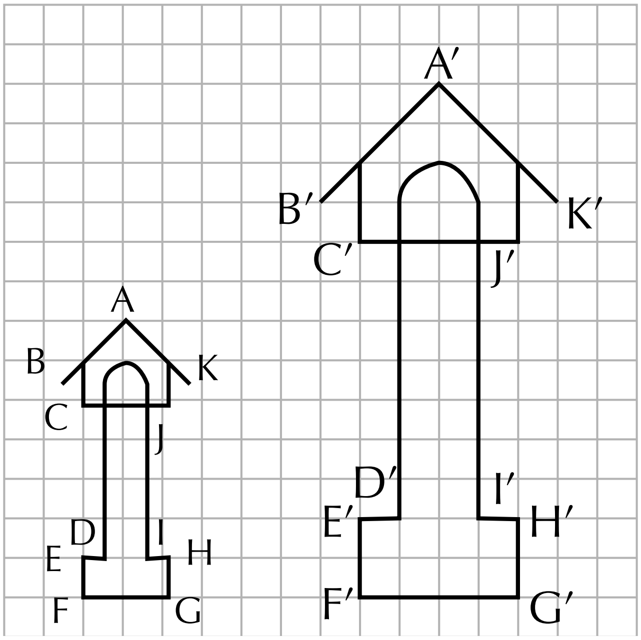
Esta escala también se puede indicar como 2/1 ó 2:1.

Observa las dos figuras siguientes:

La escala 2:1 significa un objeto o dibujo es el doble del primero. Así: el segmento FG mide 2 unidades, el segmento F´G´ mide 4 unidades, en el dibujo ampliado, hecho a escala.

El segmento AB es una diagonal que mide un cuadro y medio mientras que el segmento A´B´ mide tres cuadros y también es diagonal. Los demás segmentos son semejantes a los anteriores.

La figura ampliada fue hecha a escala 2:1 (dos es a uno) lo que significa que la longitud de los segmentos de la figura construida a escala, es el doble de la longitud de los primeros.



Escala de ampliación es la reproducción de un objeto o figura en tamaño mayor del que tiene el objeto o figura original; dicha reproducción puede ser otro objeto o su dibujo.

Analicemos los casos siguientes:

1. El caso más sencillo de analizar es reproducir, en escala 2:1, el cuadrado que mide 1 unidad (1u) de lado. Observa que la figura original es un cuadrito de lado 1u y si se duplica el lado, la nueva figura es de 4 cuadritos.
   Por lo cual la superficie de una figura en escala 2:1 se cuadruplicará en relación con la figura original.

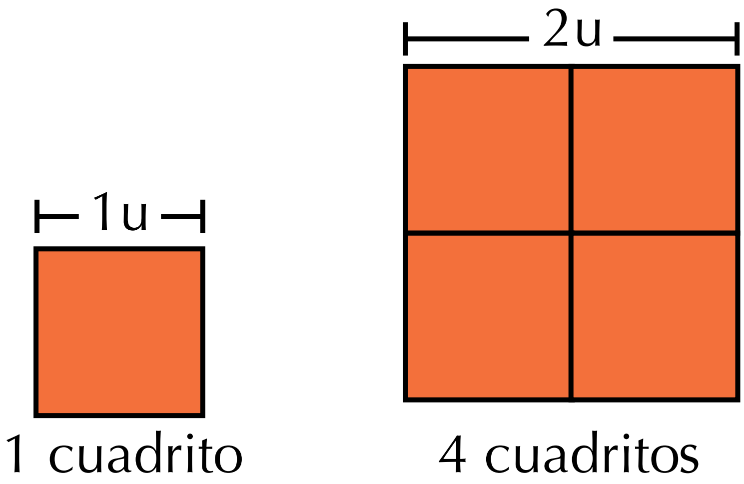


Figura original **Figura ampliada a escala 2:1**

2. Observa las figuras del recuadro de la derecha. La figura original está formada por 12u² (12 cuadritos), 4 cuadritos por un lado y 3 cuadritos por el otro.
   Su ampliación está en escala 2:1, luego, la figura ampliada tiene 8 cuadritos por un lado y 6 cuadritos por el otro, en total 48 cuadritos ó 48u².
   Observa que las longitudes de los lados del rectángulo ampliado a escala 2:1, son el doble de las longitudes de los del rectángulo original y su área es cuatro veces mayor.
3. Si la escala es 3:1 (tres es a uno), cada segmento del segundo dibujo será el triple del primero, como en este ejemplo.
   El dibujo original tiene 3 cuadritos de área, y el segundo dibujo tiene un área de 27 unidades cuadradas. En el dibujo ampliado, el área se ha hecho 9 veces mayor.

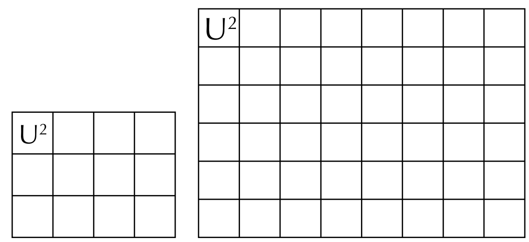


Figura original **Escala 2:1**

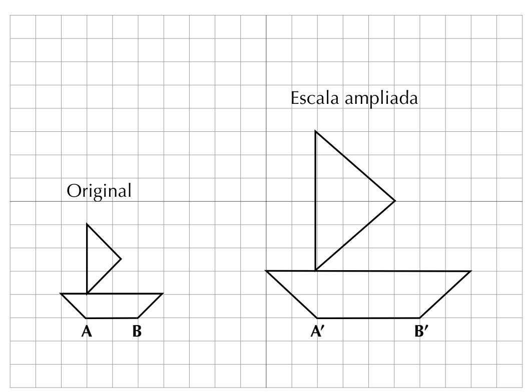
Figura original **Escala 3:1**

Dadas una figura y su ampliación, ¿cómo descubrir su escala?

Para indicar la proporción que guarda una figura con respecto a otra, El segmento A´B´ corresponde a AB en la figura original.

Si se desea conocer la escala a la que fue hecha la segunda figura en relación con la primera, se anota como primer número la medida de A´B´ y como segundo la de AB, de donde resulta la escala 4:2, y simplificando, 2:1.

Es importante destacar que al reproducir una figura o elaborar su dibujo a escala de ampliación, los ángulos conservan su medida.



Escala de reducción

Cuando observas un pájaro que vuela en el cielo, su tamaño se muestra varias veces menor que el que tiene realmente.

Esto es algo parecido a lo que ocurre con la escala de reducción.

El tamaño de los objetos que están cerca no se percibe igual que cuando se van alejando, pues el aumento la distancia entre ellos hace que se vean cada vez más pequeños.

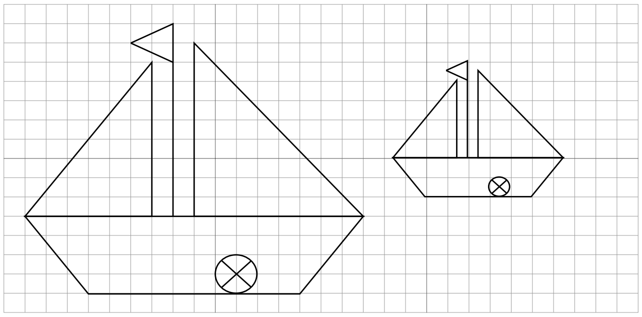
La fotografía de una persona en una cédula o documento es como un dibujo reducido que conserva la proporción en sus formas; esto es, la fotografía es como el dibujo hecho a escala de reducción de una persona.

Escala de reducción es la reproducción o dibujo de una figura u objeto en tamaño menor del que tiene la figura u objeto original.

Si la escala es 1:2 (uno es a dos) o 1/2, significa que la longitud de los segmentos en la reproducción son la mitad de la figura original.

Véanse los dibujos siguientes:

Tomando al barco grande como figura original, la escala a la que está hecho el otro barco es 1:2.



Original **Reducción**

Obsérvese las características siguientes:

La línea inferior del barco original mide 12 unidades y en la reproducción 6, puesto que la escala señala ½ ó 1:2 del original.

La vela menor tiene 8 unidades de alto en el original y 4 en la reproducción.

El asta tiene 10 unidades en el original y 5 en la reproducción.

El largo del barco original es de 20 unidades y en la reproducción de 10.

Para conocer cada longitud en una reproducción 1:2, se toma la mitad de la figura original.

Por cada longitud que conforme la figura original, se toma la mitad en la reproducción.

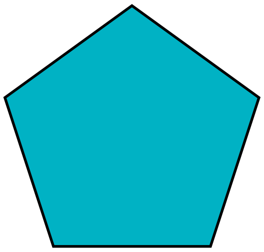
Un ejemplo claro de la utilización de las escalas de reducción son los mapas de ciudades, departamentos, países, etc., en donde inclusive algunos indican la escala que se utiliza para realizar dicho dibujo.

Aplicación

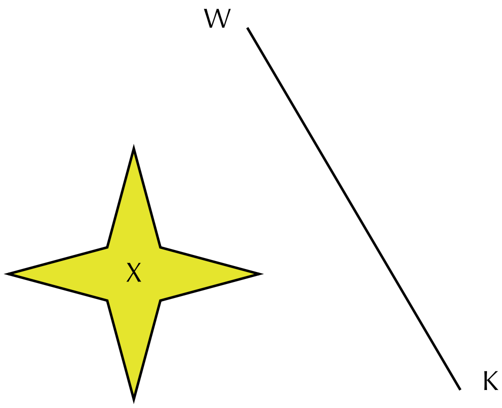
Copia los ejercicios siguientes en tu cuaderno y resuélvelos Individualmente.

Discute las repuestas con algunos compañeros.

1. Un pentágono regular tiene cinco ejes de simetría coplanares en virtud de que tiene cinco lados de la misma longitud y cinco ángulos de igual medida.



2. Traza la figura Y, simétrica a la figura X, con respecto al eje kw.

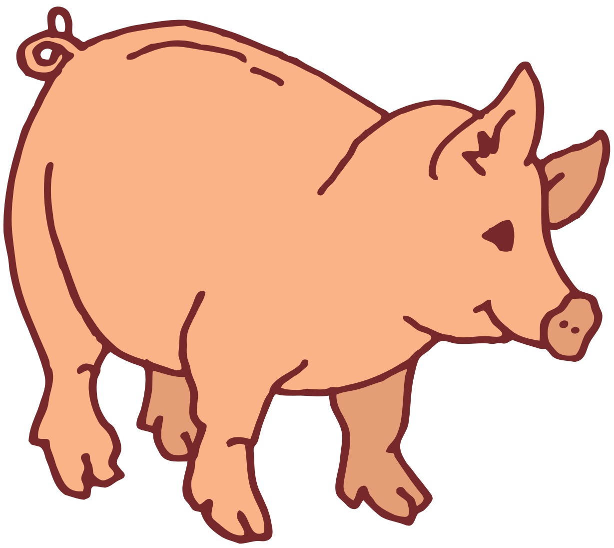


3. Dibuja una mariposa y trázale el eje de simetría.

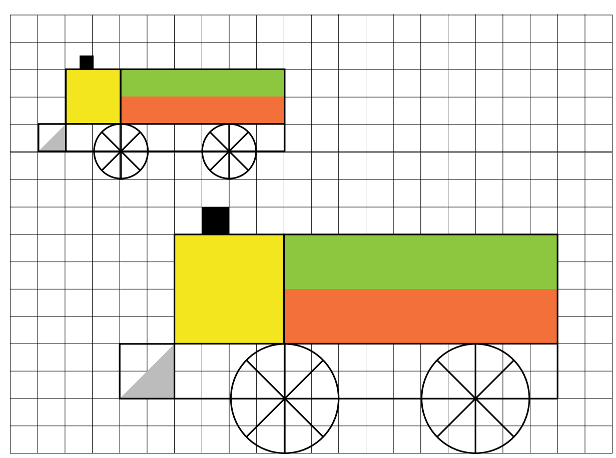
4. Calca el payaso en una hoja, recórtalo por su eje de simetría y verifica si las dos partes coinciden una con la otra en todas sus partes. Discútelo con compañeros.

5. Pedro hace el plano de su salón de clase, que es de forma rectangular y mide 7 m de largo y 4.5 de ancho. El rectángulo que lo representa mide 14 cm de largo y 9 cm de ancho. ¿Cuál escala deberá anotar Pedro en su dibujo?

6. Copia o calca en tu cuaderno la figura adjunta y realiza una copia a escala 1:2 y otra a escala 3:1.



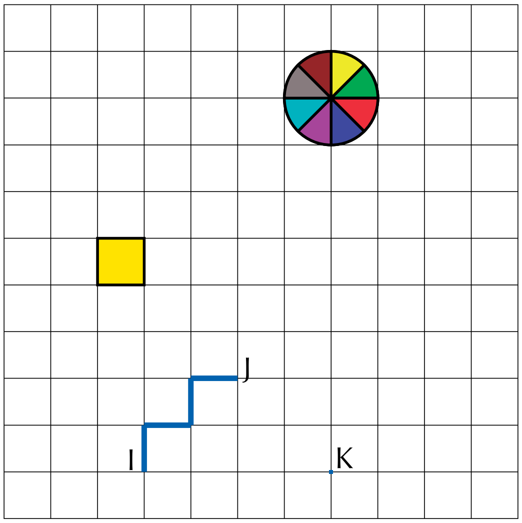
7. Copia o calca las figuras en tu cuaderno y trázale sus ejes de simetría. Toma un cuadrado como unidad de medida. En la cuadrícula encuentras dos trenes.



a. ¿Cuántas unidades tiene el ancho del tren más grande?
b. ¿Cuántas unidades tiene el ancho del tren pequeño?
c. ¿Cuántas cuadritos tiene la chimenea del tren de abajo (grande)?

d. ¿Cuántas cuadritos tiene la chimenea del tren de arriba (pequeño)?
e. Se llama radio al segmento que une el centro de la rueda con un punto de ella. ¿Cuántas unidades mide el radio de cada rueda del tren grande?
f. ¿Cuántas unidades mide el radio de cada rueda del tren pequeño?

Copia la cuadrícula y los dibujos de ella, en tu cuaderno realiza los ejercicios 8 a 10.



8. Dibuja a escala 2:1 el círculo con centro en *O*.
9. Dibuja la escalera *IJ* a escala 3:1, a partir del punto *K*, y forma la escalera *KL*.
10. Reproduce el cuadro amarillo en escala 3:1.

Entendemos por…

Simétrico el objeto que es congruente con otro, es decir, coinciden en todas sus partes.
Coplanares figuras o elementos que están situados en un mismo plano.

Diversión matemática

Elige un dibujo que te guste y reprodúcelo, dos veces:
a. A escala 1:2.
b. A escala 2:1.
Compáralos y explica tus conclusiones todo ello en tu cuaderno.

Día a día

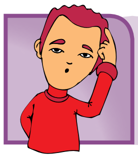
Geometría fractal

Las formas que se componen por repetición de una figura son estudiadas por la Geometría Fractal.

El primero en hablar de Fractales fue el investigador Benoit Mandelbrot (1936- 2010), nacido en Polonia. Sus padres emigraron a Francia en 1936 y su tío Szolem, profesor de matemáticas en el Collège de Francia asumió la responsabilidad de su educación. Benoit estudió en Paris, Lyon y en California (en Caltech).
Entre otros premios, ha recibió la "Barnard Medal for Meritorius Service to Science", la Medalla Franklin y la Medalla Steinmetz (ésta, en 1991).

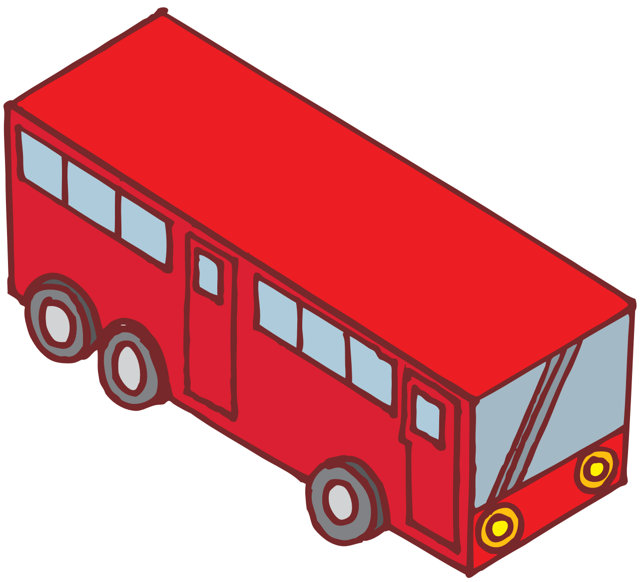
Tomado de: tratohechocom.blogspot.com

Tema 4.
Construyo ángulos y clasifico polígonos



Indagación

Observa la foto adjunta y descubre los ángulos y demás figuras geométricas que ella tiene.

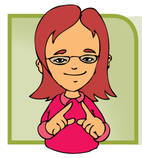


En tu cuaderno realiza el bosquejo del diseño geométrico de lo que hay en la foto.

¿Recuerdas el ejercicio 1 de la aplicación del primer tema de esta unidad? Puedes revisarlo.

Identifica todos los posibles ángulos y polígonos que encuentres.

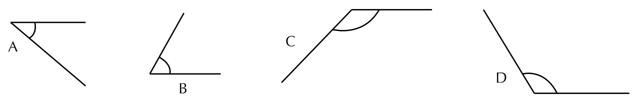
Puedes repintar, con lápiz y regla, en tu dibujo, las formas que veas y hacer la lista de los ángulos y de los polígonos que se encuentran.



Conceptualización

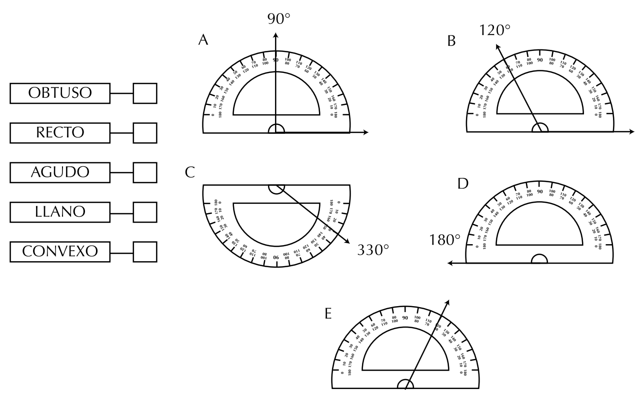
Ya conoces, desde los cursos 4° y 5°, los ángulos agudo, recto y obtuso y sabes manejar el transportador.

Ahora vas analizar algunos ángulos importantes que más adelante vas a utilizar en la clasificación de polígonos. Cálcalos o dibújalos en tu cuaderno y con el transportador, encuentra la medida de cada uno, escríbeles sus medidas y clasifícalos.



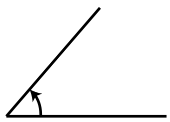
En la actividad siguiente, debes leer en el transportador la medida del ángulo y clasifícalo según el cuadro que aparece en el lado izquierdo.

Anota en la casilla, la letra correspondiente que aparece en el transportador del lado derecho.

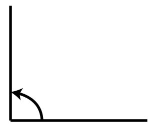


Los ángulos pueden ser:

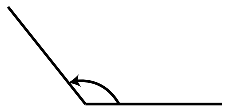
Ángulo agudo: Mide más de 0º y menos de 90º



Ángulo recto: Mide 90º

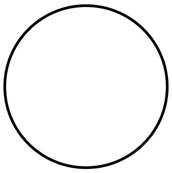


Ángulo obtuso: Mide más de 90º y menos de 180º

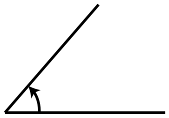


Ángulo llano o extendido: Mide 180º

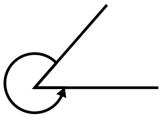
Ángulo completo: Mide 360º



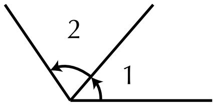
Ángulo cóncavo:



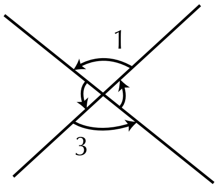
Ángulo convexo:



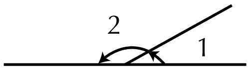
Ángulos consecutivos Lado y vértice comunes



Ángulos opuestos por el vértice



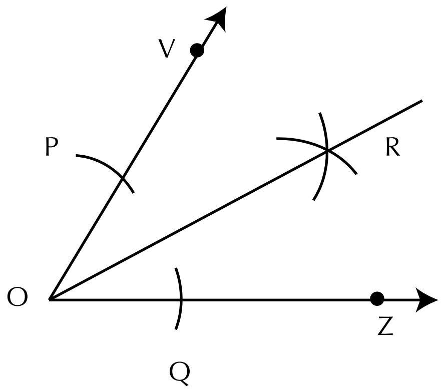
Ángulos adyacentes vértice común y lado común y prolongado



Bisectriz de un ángulo dado

Dado el ángulo VOZ, trazar la bisectriz.

a. Apoyando el compás en el vértice **O**, se trazan dos arcos con la misma abertura, señalarlos con las letras **P** y **Q**.
b. Con la misma abertura del compás, hacer centro en **P** y marcar un arco. Proceder lo mismo con **Q**.
c. Llamar **R** al punto donde se cortan los arcos.
d. La bisectriz del ángulo se obtiene uniendo este punto **R** con el vértice **O**.



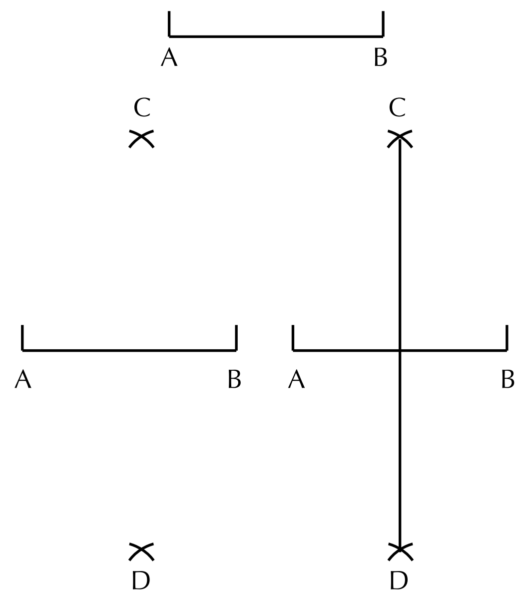
La bisectriz de un ángulo, es el segmento que lo divide en dos ángulos consecutivos de igual medida.

Veamos qué es la perpendicular mediatriz de un segmento

Dado el segmento AB, trazar su perpendicular mediatriz.

Procedimiento:

a. Apoyándose en el punto **A**, y con una abertura de compás un poco mayor que la mitad de AB, se trazan arcos que se corten hacia arriba y hacia abajo del segmento (los puntos corte se llamarán **C** y **D**).
b. Se unen los puntos **C** y **D** y se tendrá una recta que corta el segmento AB en el punto medio M, llamado perpendicular mediatriz.



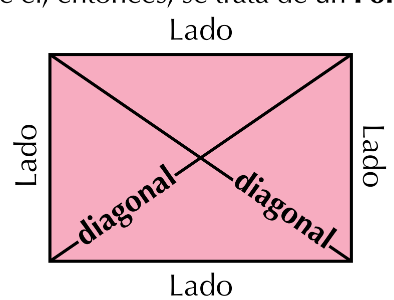
Los polígonos

Encontramos diferentes ángulos en las figuras geométricas llamadas polígonos.

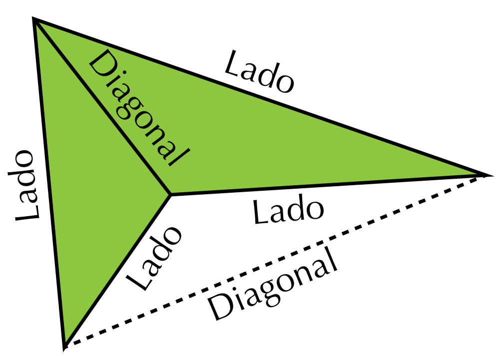
Un polígono es la porción del plano delimitada por una línea poligonal cerrada, que da origen a tres o más lados y tres o más ángulos.
Se entiende por línea poligonal la unión de segmentos contiguos.

También puede decirse que polígono es una figura cerrada, formada por segmentos de recta consecutivos pero no alineados conocidos como lados del polígono.

Si al trazar las diagonales de un polígono, todas ellas quedan dentro de él, entonces, se trata de un **Polígono Convexo**,



pero si una o más de las diagonales sale del polígono, entonces, es un **Polígono Cóncavo**.



Recuerda que la diagonal de un polígono es aquel segmento que une dos de sus vértices opuestos.

Estudia bien las características de cada uno: Número de lados, si algunos lados son paralelos, perpendiculares o de otra manera, números de ángulos y cómo son (agudos, rectos, obtusos). Cópialas en tu cuaderno y compara con algunos compañeros.

En compañía de un compañero, estudia el cuadro siguiente y escribe con tus palabras las características de cada figura, en tu cuaderno.

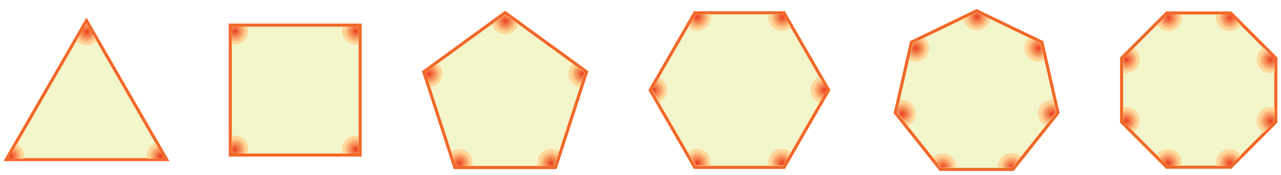
En tu cuaderno, copia y completa la tabla siguiente:

Nombre del polígono	Número de lados	Número de ángulos
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	

Los polígonos también pueden ser **Regulares o Irregulares**.

Polígonos regulares

Todos sus lados son iguales y sus ángulos son iguales.

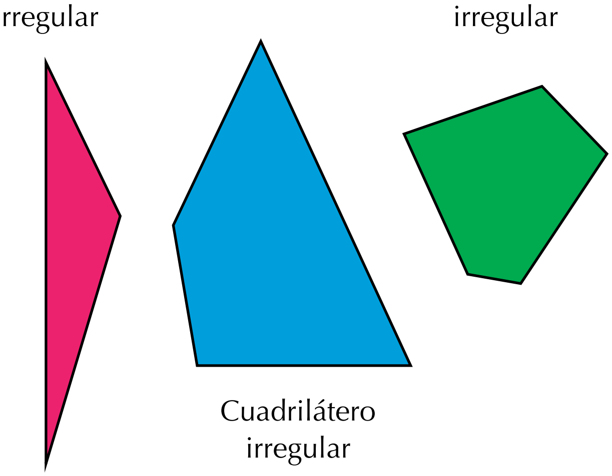


Polígonos irregulares

No todos sus lados son iguales y por lo tanto, sus ángulos tampoco son todos iguales.

Triángulo irregular

Pentágono irregular

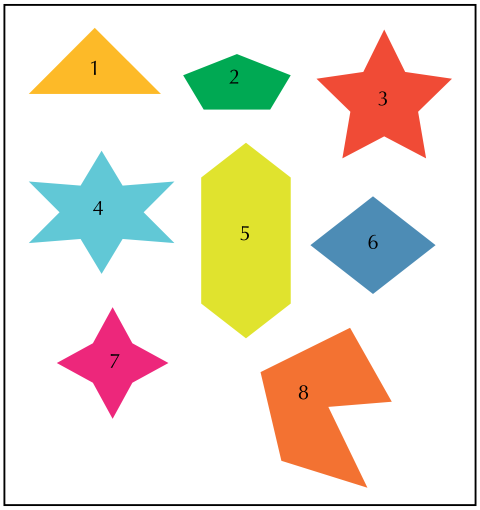


Cuadrilátero irregular

Aplicación

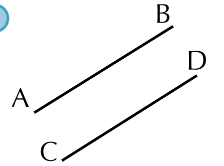
Trabaja con un compañero. Copia en tu cuaderno los ejercicios que aparecen a continuación.

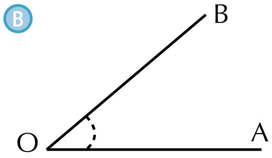
a. Observa el conjunto de figuras y completa los espacios de la tabla.

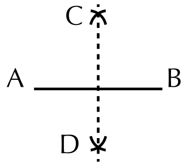


	Nombre de la figura	Número de lados	Número de ángulos
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			
6.			
7.			
8.			

b. Dadas las figuras siguientes, escribe en el paréntesis la letra correspondiente a la figura.

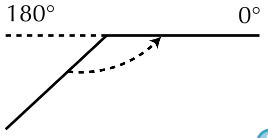
A


B


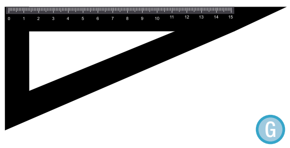
C


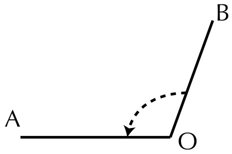
D
Línea que pasa por el vértice y divide el ángulo en dos partes iguales

Ángulo cóncavo que mide 90°
E



F


G



H

I
Mide 180° y equivale a la mitad de la circunferencia

J

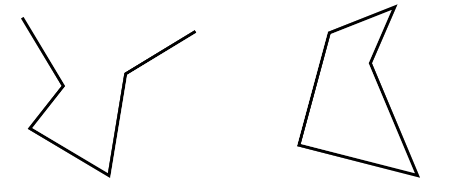

Semicírculo graduado que sirve para medir ángulos
K

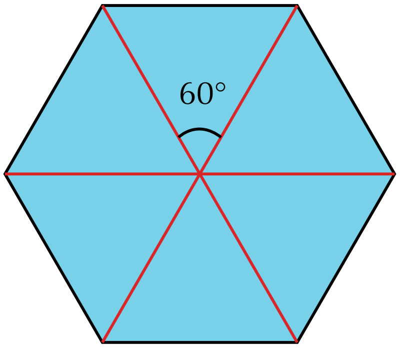
Arco completo de la circunferencia mide 360°
L

Ángulo convexo ( )	Ángulo agudo ( )	Ángulo colineal ( )
Rectas paralelas ( )	Bisectriz ( )	Escuadra ( )
Transportador ( )	Compás ( )	Ángulo perígono ( )
Ángulo recto ( )	Ángulo obtuso ( )	Perpendicular mediatriz ( )

Entendemos por…

Línea poligonal aquella línea que está formada por varios segmentos consecutivos. Una línea poligonal puede ser abierta o cerrada.





Diversión matemática

Los panales

Diviértete imitando a las abejas.
Construye un hexágono regular del tamaño que quieras.
Mira el modelo.
Reproduce todos los que quieras y construye un pequeño panal.
Tú necesitas regla o escuadra y transportador, ¿las abejas también?

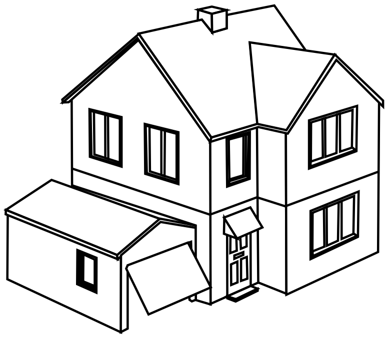
Día a día

Polígonos en la actualidad

Cada vez cobra más importancia el uso de los polígonos en la vida moderna, Las construcciones son poligonales.
Vemos los polígonos en los techos, en los pisos, los diseños de las baldosas, en los centros comerciales, en las calles, en los parques, etc.
Los polígonos constituyen un componente esencial de las artes: pintura, dibujo, escultura, fotografía, etc. Observa la cantidad de polígonos de la fotografía de la derecha.
Cada día, en el mundo, los polígonos se popularizan más. ¡Están en todo lado! ¡Descúbrelos!

Este capítulo fue clave porque

- Comprendí mejor las ideas sobre los términos básicos de la geometría.
- Practiqué las construcciones de paralelas y perpendiculares, familiarizándome con las instrumentos de dibujo.
- Realicé construcciones aplicando simetrías.
- Visualicé la proporcionalidad construyendo dibujos a escala.
- Identifique los polígonos y su clasificación.



Conectémonos con El Arte

La historia del dibujo

Desde sus orígenes, el hombre ha tratado de comunicarse mediante grafismos o dibujos.

Las primeras representaciones que conocemos son las pinturas rupestres, en ellas no solo se intentaba representar la realidad que le rodeaba, animales, astros, al propio ser humano, etc., sino también sensaciones, como la alegría de las danzas, o la tensión de las cacerías.

A lo largo de la historia, la comunicación mediante dibujos, ha evolucionado, dando lugar por un lado al dibujo artístico y por otro lado al dibujo técnico.

Mientras el primero intenta comunicar ideas y sensaciones, basándose en la sugerencia y estimulando la imaginación del espectador, el dibujo técnico, tiene como fin, la representación de los objetos lo más exactamente posible, en forma y dimensiones.

Hoy en día, se está produciendo una unión entre los objetivos del dibujo artístico y técnico, como consecuencia de la utilización de los ordenadores o computadores en el dibujo técnico.

Con ellos se obtienen recreaciones virtuales en 3 dimensiones. Pero nos preguntamos ¿qué es la pintura rupestre?

Una pintura rupestre es todo dibujo o boceto prehistórico existente en algunas rocas y cavernas. El término «rupestre» deriva del latín rupestris, y éste de rupes (roca), aunque también es sinónimo de primitivo.

En un sentido estricto, rupestre haría referencia a cualquier actividad humana sobre las paredes de cavernas, covachas, abrigos rocosos e incluso farallones o barrancos, etc.

Tomado de: http://www.dibujotecnico.com/saladeestudios/teoria/historia/historiaintro.php

Realizo mediciones y cálculos

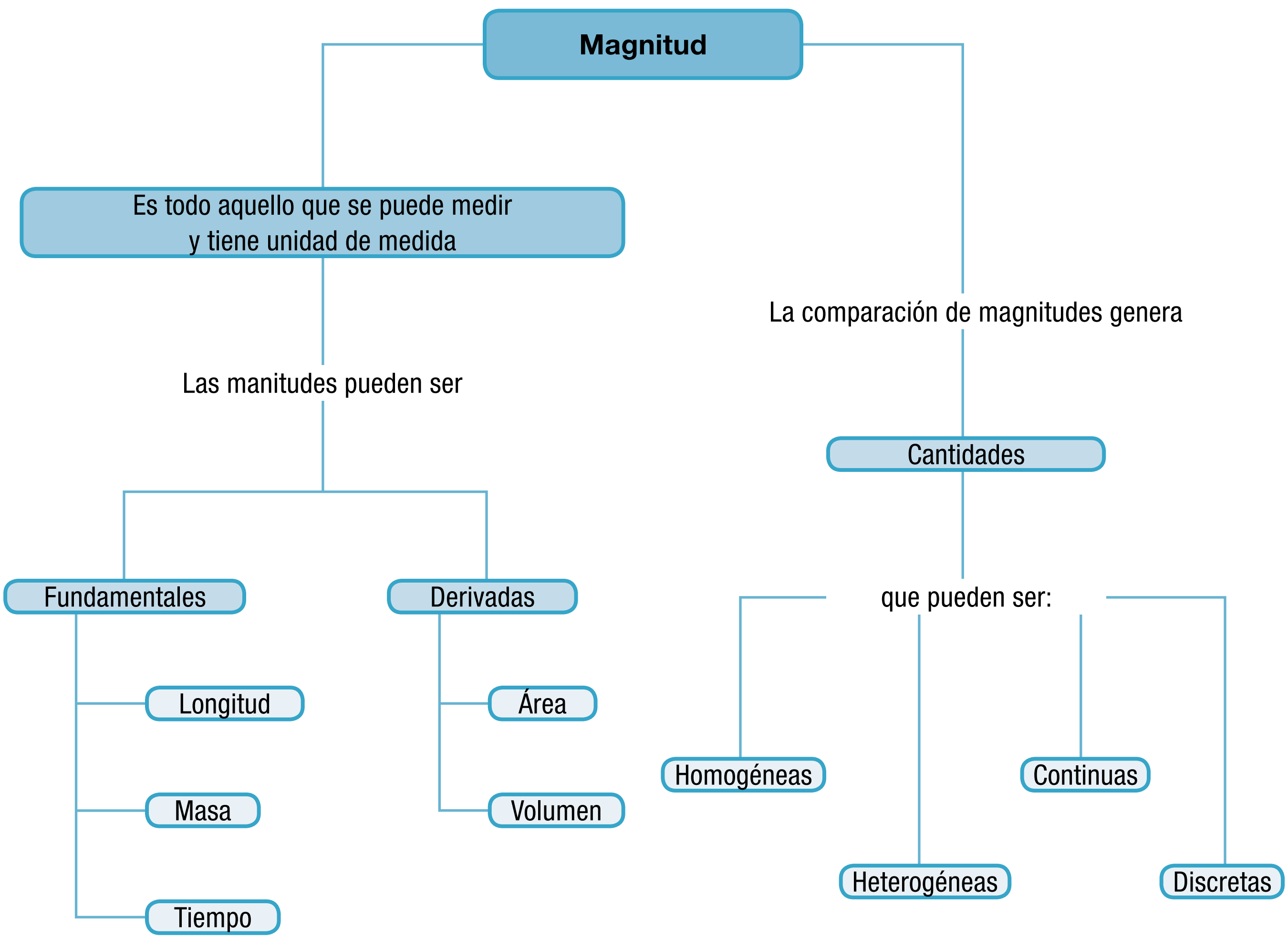
En la historia de las matemáticas, encontramos la Geometría como una parte importante y necesaria en la vida del ser humano.

Desde la antigüedad, el hombre se interesó en la realización de mediciones sobre la tierra, en la distribución de zonas para el cultivo, para la crianza de sus animales y para sus construcciones.

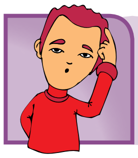
Hoy, sigue teniendo vigencia el diseño y las mediciones en el avance de las ciudades y de las ciencias en general. Con la ayuda de los computadores pueden hacerse los más modernos planos y cálculos, utilizando, figuras geométricas y mediciones.

En nuestra vida cotidiana, constantemente utilizamos diferentes instrumentos para medir cantidades como por ejemplo el reloj que nos mide la cantidad de tiempo empleado en hacer alguna labor o la balanza que nos mide la cantidad de alimento que le suministramos a los animales semanalmente.

En este capítulo tendrás la oportunidad de realizar mediciones de longitud calcular perímetros y áreas, utilizando diversas unidades y solucionar situaciones de la vida diaria que involucran perímetros y áreas, así como mediciones de masa y tiempo.



Tema 1.
Construyo los conceptos de magnitud y cantidad



Indagación

Generalmente las personas en el campo necesitan realizar mediciones de diferente tipo. Miden la tierra que van a cultivar, las semillas que van a sembrar y el alimento que van a dar a los animales, entre otras muchas mediciones que realizan a diario. Piensa qué tipo de mediciones tú has realizado últimamente.

Copia la actividad siguiente en tu cuaderno, desarróllala de manera individual y luego comparte tus respuestas con algunos compañeros.

A continuación encuentras una lista de actividades cotidianas.

De ellas, elige máximo cinco y mínimo tres, que practicas en tu vida cotidiana y cópialas en tu cuaderno.

- Ordeñar las vaquitas.
- Recoger la cosecha.
- Abonar las plantas.
- Trabajar en el galpón.
- Coser ropa.
- Dirigir los trabajadores de la finca.
- Cocinar los alimentos.
- Hacer reparaciones caseras.
- Arar la tierra.
- Pescar en el río o en el mar.
- Manejar el carro o el tractor.
- Cuidar los animales.
- Remar la canoa.

Frente a cada actividad que elegiste, escribe cuáles mediciones realizas generalmente.

Por ejemplo. Quien ordeña, generalmente, mide las botellas o los litros de leche que la vaca produce.

Describe cómo mides en cada actividad elegida. (Si usas algún instrumento o tienes tu propio método para medir).

Conceptualización

Diariamente estamos usando magnitudes, como las que acabas de nombrar en el ejercicio anterior. A todo lo que es posible medir, se le denomina “magnitud”.

Las magnitudes se expresan en forma numérica, es decir, son cuantitativas, ya que son propiedades o atributos físicos medibles, como por ejemplo: la longitud, la masa, el volumen, la fuerza, la velocidad, la cantidad de una sustancia, etc. Hay magnitudes geométricas como la longitud, el área o el volumen que resultaron de las actividades diarias del hombre y su relación con la naturaleza.

Las magnitudes se miden a través de una cantidad. Por lo tanto:

Medir una cantidad de una magnitud, es compararla con otra cantidad de la misma magnitud, que haya sido elegida previamente como unidad de medida. Es decir, medir es comparar una magnitud desconocida con una conocida a la que llamamos patrón.

Debemos tener muy claro qué significa cantidad.

La cantidad es el resultado de una medición, entonces, la cantidad se expresa con números acompañada de unidades. Esto es:

Cantidad = Magnitud x Número de Unidades.

Por ejemplo: En 25 kilómetros recorridos, la magnitud es la longitud y las unidades recorridas son 25 km.

Tipos de cantidades

Una cantidad puede ser: homogénea, heterogénea, continua y discreta.

Cantidad homogénea: Una cantidad es homogénea cuando se maneja una sola especie o sustancia. Ejemplo: La cantidad de gallinas de un galpón.

Cantidad heterogénea: Una cantidad es heterogénea cuando se manejan varias especies o sustancias simultáneamente. Ejemplo: Una ensalada de frutas.

Cantidad continua: Una cantidad es continua cuando sus partes no pueden ser separadas. Ejemplo: El agua contenida en un recipiente.

Cantidad discreta: Una cantidad es discreta cuando sus partes están separadas. En la vida real, a veces podemos realizar mediciones directamente, cuando contamos con instrumentos de medida.

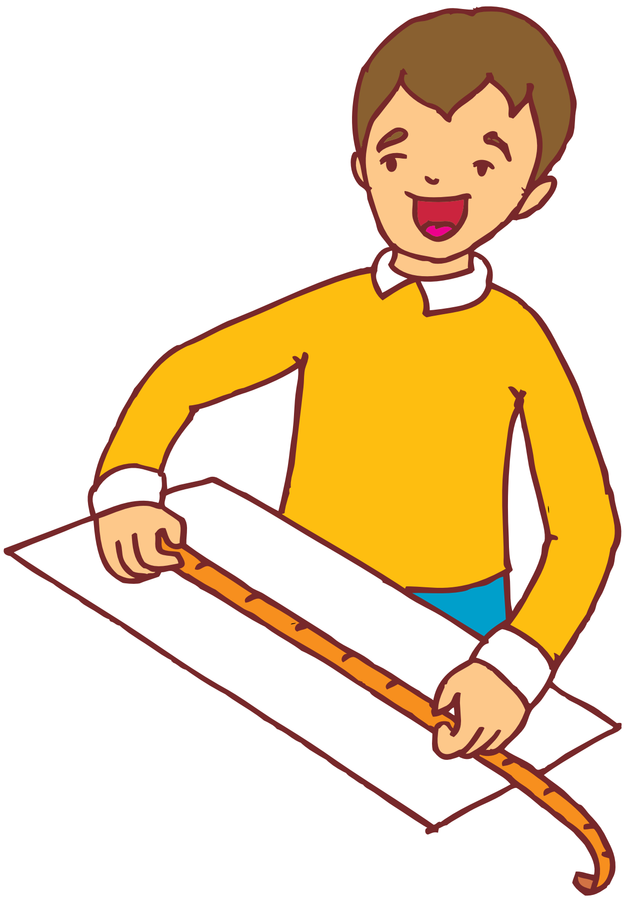
Ejemplos:

a. El número de naranjas cosechadas.
b. Juancho quiere medir el largo y el ancho de una lámina de icopor de forma rectangular. Para ello dispone de una cinta métrica, entonces, directamente toma las medidas.

Algunas veces no podemos hacer mediciones directamente por no tener los Instrumentos adecuados o porque lo que vamos a medir es demasiado grande o es demasiado pequeño o porque algo estorba o impide.

Por ejemplo si Juancho midiera directamente superficie de la lámina, tendría que tener una unidad de área, por ejemplo, un pequeño cuadrado de cartón y tendría que ver cuántas veces, ese cuadrado cabría sobre la lámina.

Pero como ya midió el largo y el ancho de la lámina, entonces, puede aplicar la fórmula del área del rectángulo y la habrá medido la superficie indirectamente.



Aplicación

Resuelve los ejercicios siguientes en tu cuaderno y compara con algunos compañeros.

1. Juega con tres compañeros a nombrar cantidades y clasificarlas. Cada uno debe explicar a los otros sus ejemplos y clasificación y discutan al respecto.
2. El cuento de la corona de oro

Cuenta la leyenda que el rey Hierón le dio una cantidad importante de oro a un orfebre para que le hiciera una corona. Cuando el rey la recibió, tuvo una extraña sospecha de que el orfebre podía haberse guardado parte del oro que le había entregado y haberlo sustituido por plata o cobre.

Intrigado, el rey encargó a Arquímedes averiguar si la corona era de oro puro, pero sin estropearla.

Ante la imposibilidad de romper o siquiera partir un pedazo de la corona para poder averiguar con qué material estaba realmente construida, le dio vueltas al asunto sin poder llegar a una solución.

El matemático sabía que el cobre y la plata eran más livianos que el oro, por lo tanto, si el orfebre hubiese añadido cualquiera de esos metales, la corona ocuparía un espacio mayor que el de un peso equivalente en oro. Conociendo el espacio ocupado por la corona, es decir, su volumen; Arquímedes podía darle una respuesta al rey. El problema, sin embargo, era que él no sabía cómo averiguar el volumen de un objeto sin transformarlo en una masa compacta.

Hasta que un día, mientras disfrutaba de un baño en un espacio público, Arquímedes advirtió que cada vez que entraba una nueva persona al piletón, parte del agua se derramaba por el borde.

Gracias a esto pudo intuir que el volumen de agua desplazada tenía que ser igual al volumen del cuerpo sumergido.

Estaba tan eufórico por su descubrimiento que salió desnudo del baño y corrió hasta su casa gritando "¡Eureka! ¡eureka!" que significa "lo encontré".

Ya en casa, llenó de agua un recipiente, metió allí la corona y luego midió el volumen del agua desplazada.

Después repitió el mismo experimento pero con un peso igual de oro puro y entendió que el volumen desplazado de agua era menor.

Esto quiere decir que el oro de la corona había sido mezclado con un metal más ligero, lo cual le daba un volumen mayor y hacía que la cantidad de agua desalojada fuera también mayor.

El rey ordenó la ejecución del orfebre.

Texto tomado de:http://tecuentounahistoria.com.ar/2007/12/25/arquimedes-de-siracusa/

Arquímedes, matemático griego de la antigüedad, que vivió en el siglo II antes de Cristo, realizó, según el relato anterior, una medición indirecta.

Explica en tu cuaderno cuáles sustancias y cuáles magnitudes se involucraron en la experimentación que realizó. Escribe tu opinión sobre el proceder del rey Heirón y coméntala con algunos compañeros.

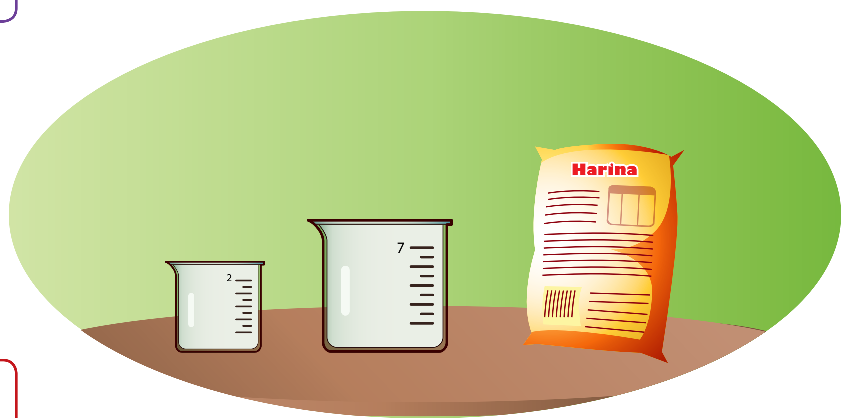
Entendemos por…

Antigüedad lo referente a la edad antigua, que es el período histórico comprendido entre la invención de la escritura y la caída del Imperio Romano de Occidente.

Diversión matemática

Galletas

Para hacer galletas se necesitan 3 tazas de harina.
Sólo tengo un recipiente que mide 2 tazas y otro que mide 7, y ninguno tiene marcas.
¿Cómo medir 3 tazas exactas con esos recipientes?
Diviértete intentándolo con tus compañeros.

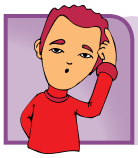


Día a día

Tsunami en cifras

Japón, palabra que significa literalmente: 'el país del origen del sol' Nippon-koku, es un país insular del este de Asia.
Está ubicado entre el océano Pacífico y el mar del Japón, al este de China, Rusia y la península de Corea. Japón está formado por cuatro islas principales:
Honsh,Hokkaid, Ky sh y Shikoku, que forman el 97% de la superficie total del país, y por otras 6,848 islas menores adyacentes.
Tiene una población de 127 millones de personas.
El 11 de marzo de 2011 se produjo un terremoto de 8.9 en la escala Richter, lo que le da el terrible título de ser uno de los más fuertes del último siglo.
Su magnitud equivaldría a la explosión de 240 millones de toneladas de TNT.
Cinco minutos más tarde un maremoto asolaba la costa con olas de 10 metros de altura que viajaban a una velocidad de entre 500 y 800 kilómetros la hora.
Los desaparecidos y fallecidos se cuentan por miles. Observa las mediciones que se realizan en el escrito.

Tema 2. Realizo mediciones y cálculos de longitud



Indagación

Imagina cuánto mide el grosor de la hoja de un libro.

¿Podrías medirlo con una regla, escuadra o cinta métrica?

Inténtalo y verás que tal vez no podrás hacerlo directamente.

Prueba el siguiente método indirecto.

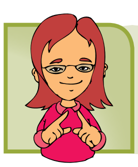
Toma un paquete de 100 hojas de un libro o cuaderno, presiónalas bien y mide ese grosor.

Luego en tu cuaderno, divide esa medida entre 100 y habrás obtenido aproximadamente, la medida del grosor de una hoja.

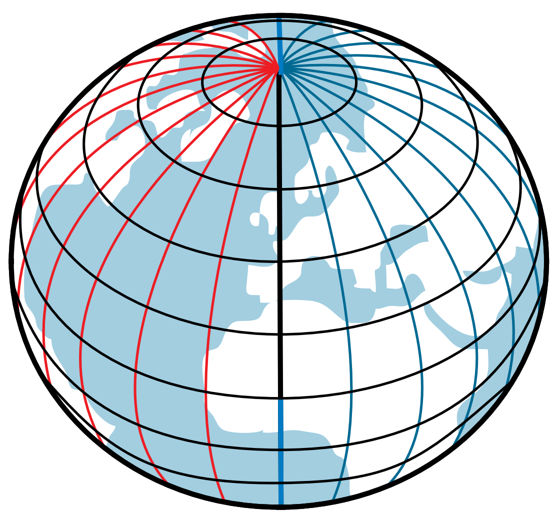
En toda medición que una persona realiza, es posible que haya algún error, por más cuidado que se tenga al medir.

Compara el resultado de tu trabajo con unos 4 o 6 compañero(as). ¿A todos les dio lo mismo? Si no te ha dado lo mismo que a otro compañero(a) revisen primero sus valores y sus divisiones, después busquen las razones por las cuales no la da lo mismo.

Discutan y hagan cada uno en su cuaderno un informe de la experiencia realizada.



Conceptualización



Medir es una actividad que el hombre realiza frecuentemente. Existen diferentes propiedades físicas que pueden medirse, como por ejemplo la longitud.

Antiguamente se utilizaba en los diferentes países y aún en las regiones de un mismo lugar una gran variedad de medidas, lo que dificultaba principalmente las transacciones comerciales.

Debido a esto, en 1790, el matemático Talleyrand llamó la atención de la Asamblea Nacional Francesa para que buscara un sistema uniforme de medidas.

Esta Asamblea, después de designar una comisión de cinco miembros para efectuar los estudios necesarios, adoptó el "Sistema Métrico Decimal".

En el Sistema métrico decimal, la unidad básica para medir las longitudes es el metro, que se representa con el símbolo m.

El metro se definió en esa época como, aproximadamente, la diezmillonésima parte del cuadrante del meridiano terrestre; esta distancia se grabó en una regla de platino e iridio y se conoció como metro patrón, el cual está depositado en la oficina de pesas y medidas de Sévres, Francia.

Se llama Sistema por ser un conjunto de medidas relacionadas, Métrico porque la unidad fundamental es el metro y Decimal porque las medidas aumentan y disminuyen en potencias de 10.

Hoy se define el metro en función de la longitud de onda de la luz emitida por un isótopo del Kriptón.

Un metro equivale a 1,650,763.73 longitudes de onda de esta luz.

Como el metro no siempre resulta práctico para medir longitudes, pues hay unas mayores y otras menores, se utilizan sus múltiplos o submúltiplos para efectuar dichas mediciones.

Los nombres de los múltiplos del metro tienen prefijos griegos como:

- **Deca** que significa **10** veces el metro.
- **Hecto** que significa **100** veces el metro.
- **Kilo** que significa **1,000** veces el metro.
- **Miria** que significa **10,000** veces el metro.

Los nombres de los submúltiplos del metro tienen prefijos latinos como:

- **deci** que significa **décima** parte del metro.
- **centi** que significa **centésima** parte del metro.
- **mili** que significa **milésima** parte del metro.
- **micra** o **micrón** que significa **millonésima** parte del metro.

Estas unidades aumentan o disminuyen en agrupamientos de 10 en 10 como el sistema de numeración decimal.

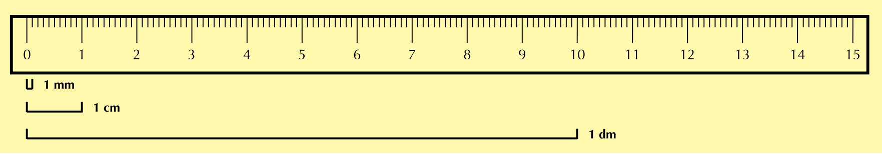
Estudia el cuadro siguiente, con algún compañero.

	Nombre de la unidad	Símbolo	Equivalencia
Múltiplos	Miriámetro	Mm	10,000 m
	Kilómetro	Km	1,000 m
	Hectómetro	Hm	100 m
	Decámetro	Dm	10 m
	metro	m	1 m
Submúltiplos	decímetro	dm	$\frac{1}{10}$ m = 0.1 m
	centímetro	cm	$\frac{1}{100}$ m = 0.01 m
	milímetro	mm	$\frac{1}{1,000}$ m = 0.001 m
	micra o micrón	µm	$\frac{1}{1,000,000}$ m = 0.001 m

Los múltiplos se utilizan para medir longitudes grandes como el largo y ancho de un río o de una carretera, la distancia entre dos ciudades o pueblos, etcétera.

Los submúltiplos se utilizan en la medida de objetos pequeños, por ejemplo, el largo o grosor de un lápiz, el largo de unas tijeras, el espesor de un libro, etcétera.

Con los instrumentos de medida como el metro, la cinta métrica y la regla graduada, se pueden apreciar los submúltiplos del metro (dm, cm, mm) y las relaciones que guardan entre sí.

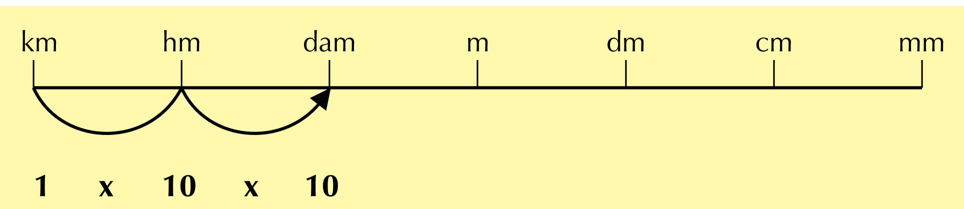


Al igual que en el sistema de numeración decimal, las unidades de longitud del Sistema Métrico Decimal aumentan o disminuyen en agrupamientos de 10 en 10, es decir, diez unidades de un orden inferior forman una unidad de un orden inmediato superior, por lo tanto:

Diez metros forman un decámetro	10 m	=	1 Dm
Un metro es la décima parte del decámetro	1 m	=	$\frac{1}{10}$ Dm
	1 m	=	0.1 Dm
Diez decámetros forman un hectómetro	10 Dm	=	1Hm
Un decámetro es la décima parte del hectómetro	1 Dm	=	$\frac{1}{10}$ Hm
	1 Dm	=	0.1 Hm
Diez hectómetros forman un kilómetro	10 Hm	=	1 Km
Un hectómetro es la décima parte del kilómetro	1 Hm	=	$\frac{1}{10}$ Km
	1 Hm	=	0.1 Km

¿Cómo encontrar la equivalencia de unidades mayores a menores?

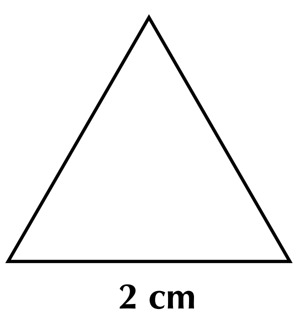
En las unidades de longitud ordenadas de mayor a menor puede observarse cuántos lugares hay del **km** al **dam**.



Hay **2** lugares, hacia la derecha y para llegar a la equivalencia se multiplican los km por 2 veces 10.

Entonces $1 \times 10 \times 10 = 1 \times 10^2 = 1 \times 100 = 100$, por lo tanto, 1 km = 100 dam.

Perímetro del triángulo equilátero



Por definición

$P = l_1 + l_2 + l_3$

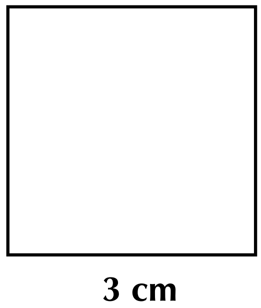
P = 2 cm + 2 cm + 2cm

P = 3 veces 2 cm

P = 3 (2 cm) = 6 cm

Generalizando, se tiene que el perímetro de un triángulo equilátero se obtiene con el producto de 3 por el valor de uno de sus lados. $P = 3\,l$

Perímetro del cuadrado



Por definición

$P = l_1 + l_2 + l_3 + l_4$

Sustituyendo

$P = 3\text{ cm} + 3\text{ cm} + 3\text{ cm} + 3\text{ cm}$

En general, el perímetro del cuadrado se calcula con la fórmula $P = 4l$ en donde P es el perímetro del cuadrado y l es la medida de la longitud del lado.

Como los lados son de igual medida, se expresa como producto.

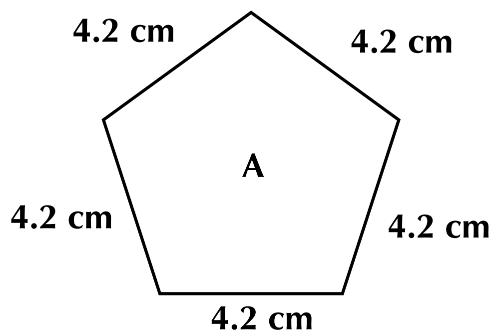
$$P = 4 \text{ veces } 3\text{ cm}$$
$$P = 4\ (3\text{ cm}) = 12\text{ cm}$$

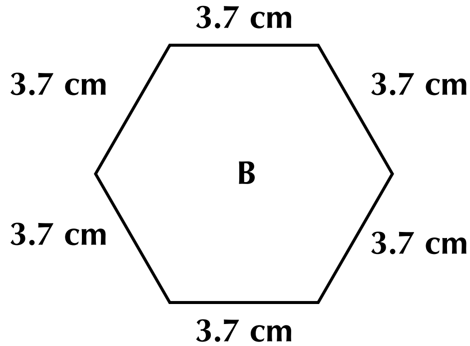
Perímetro de polígonos equiláteros

Se dan dos polígonos, para calcularles su perímetro.

Uno es un pentágono regular de lado 4,2 cm.

Y el otro es un Hexágono regular de lado 3,7 cm.





Por definición

$P_A = 4.2\text{ cm} + 4.2\text{ cm} + 4.2\text{ cm} + 4.2\text{ cm} + 4.2\text{ cm}$

$P_B = 3.7\text{ cm} + 3.7\text{ cm} + 3.7\text{ cm} + 3.7\text{ cm} + 3.7\text{ cm} + 3.7\text{ cm}$

Como los lados son de igual medida se expresa como producto.

$P_A = 5\ (4.2\text{ cm}) = 21\text{ cm} \quad P_B = 6\ (3.7\text{ cm}) = 22.2\text{ cm}$

Generalizando:

Pentágono: $\boxed{P = 5\ \ell}$

Hexágono: $\boxed{P = 6\ \ell}$

Concluyendo se puede afirmar que:

El perímetro de figuras geométricas equiláteras se obtiene multiplicando el número de lados por la longitud de uno de ellos.

Perímetro del rectángulo

1. Calculemos el perímetro o longitud del contorno del rectángulo siguiente:

h = 3 cm

b = 5 cm

$$P = b + b + h + h$$

h = 3 cm Sustituyendo tenemos:

$$P = 5\text{ cm} + 5\text{ cm} + 3\text{ cm} + 3\text{ cm}$$

Como hay sumandos iguales se tiene que:

$$P = 2(\text{cm}) + 2(3\text{ cm})$$
$$b = 5\text{ cm}$$

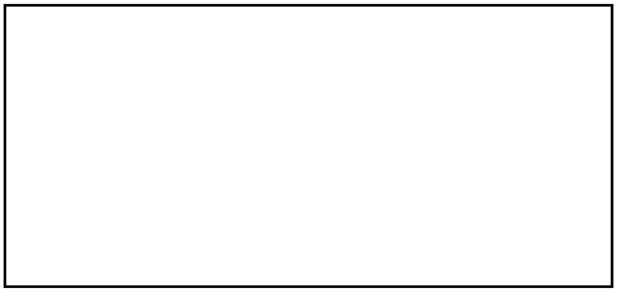
Generalizando, se tiene:

$$P = 2b + 2\text{ h}$$

2. ¿Cuántos metros de alambre se necesitan para cercar con una vuelta, un terreno con las del terreno real dimensiones indicadas en el dibujo?

   Al observar las unidades de cada lado se nota que no son de la misma especie, por lo que hay que convertir los dam a m o los m a dam, para poder hacer las operaciones.

Esta es una representación del terreno real



Sabemos que 2 dam = 20m.

Por lo tanto, los datos son:

$$b = 30\text{ m}$$
$$h = 20\text{ m}$$

Como es un terreno rectangular, su perímetro se obtiene con la fórmula:

$$P = 2b + 2h$$

Sustituyendo, se tiene: $P = 2\ (30\text{ m}) + 2\ (20\text{ m})$

$$P = 60\text{ m} + 40\text{ m} = 100\text{ m}$$

Se necesitan 100 m de alambre para cercar el terreno dándole 1 vuelta.

Concluyendo, se afirma que:

Para obtener el perímetro de figuras geométricas es necesario:

1. ***Conocer la longitud de cada uno de sus lados.***
2. ***Trabajar con unidades de la misma especie y en caso contrario, hacer la conversión de una a la otra.***
3. ***Decidir el procedimiento más conveniente si es una figura equilátera o si existen algunos lados de igual medida, o simplemente sumar todas las medidas de los lados.***
4. ***Expresar el resultado con la unidad de longitud respectiva (km, hm, dam, m, dm,...).***

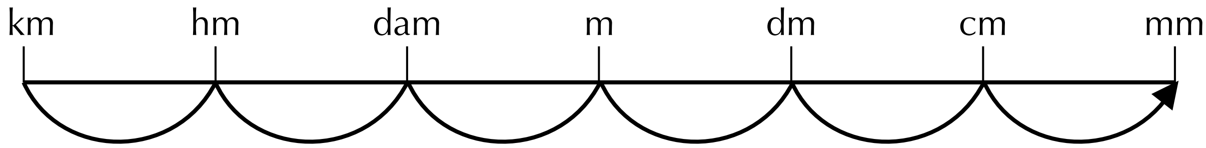
Aplicación

Trabaja en equipo y en tu cuaderno, efectúa las actividades siguientes, compara y comenta tus respuestas con el grupo y tu profesor. Si hay errores, corrige Individualmente.

Parte A

Determina cuál operación debe realizarse en cada conversión siguiente.

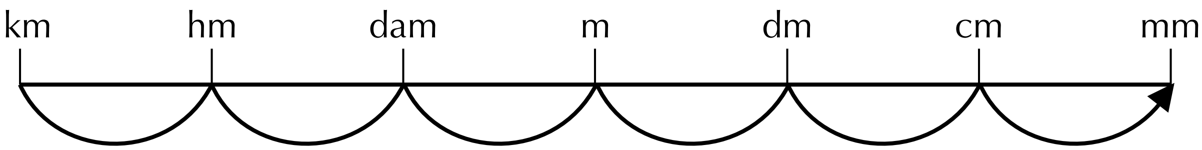
Ejemplo: Para expresar km en dam tenemos:



km a dam ***multiplicación*** por convertirse de ***mayor a menor***.

1. cm a m ____________________ por convertirse de ____________________
2. dm a cm ____________________ por convertirse de ____________________
3. dam a mm ____________________ por convertirse de ____________________

Escribe el número de lugares que hay de una unidad a otra, y entre cuánto se debe multiplicar o dividir. Observa el ejemplo:



Para pasar de km a mm: se cuentan 6 lugares a la derecha, es decir, se multiplica por 10^6 = 1,000,000.

4. cm a dam: _______________ lugares. Se multiplica por __________________
5. dm a dam: _______________ lugares. Se multiplica por __________________

Efectúa las siguientes conversiones:

6. 484 hm a dm
7. 64,784 mm a dam
8. 172,320 cm a km
9. 25 km a mm
10. 328 cm a dam
11. 457.6 dm a dam

Compara la solución de tu ejercicio con la de otro grupo y corrige en si necesario.

Parte B

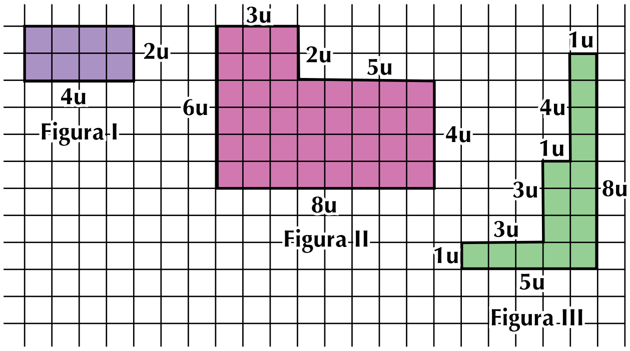
1. Escribe la unidad de longitud más adecuada para medir lo que se indica en cada caso.

   a. La estatura de un bebé.
   b. El largo del salón.
   c. La altura de un edificio.
   d. La distancia entre dos pueblos.
   e. La longitud de un río.
   f. La longitud de una hormiga.
   g. El largo de una casa.
   h. El diámetro de un tubo.
   i. El largo de un tornillo.

2. En 5 kilómetros, ¿cuántos decámetros hay?
3. La finca de José tiene un perímetro de 484 hm, él quiere saber a cuántos dm equivalen.
4. La distancia desde mi casa hasta el colegio es de 15 cuadras. Si cada cuadra mide 1 Hm, ¿A cuántos Km de mi colegio queda mi casa?
5. Averigua cuántos metros de alambrado se necesitan para cercar un terreno rectangular de 120 m de frente y 3 Hm de fondo.

Los ejercicios **6** a **10** se resuelven con base en la figura siguiente obsérvala detenidamente.

Como se han tomado las medidas en una unidad de longitud llamada **u**, entonces las respuestas deberás darlas en **u**.



6. Calcula el contorno de la figura I
7. Calcula el contorno de la figura II
8. Calcula el contorno de la figura III
9. ¿Cuál figura tiene mayor perímetro?
10. ¿Cuál figura tiene menor perímetro?

Entendemos por…

Contorno el conjunto de líneas que limitan o bordean una figura o una composición.

Por ejemplo hablamos del contorno de una mesa cuando hablamos de la forma de su superficie.

Diversión matemática

El Problema del Cordón

¿Cómo deben ser atadas las zapatillas?

Esta pregunta aparentemente simple, que se nos presenta en la vida diaria.

Por lo menos hay tres maneras de atar las zapatillas: Zigzag americano (o estándar), Europeo recto y el de zapatería.

El estilo del cordón depende de la estética y la comodidad. Los patrones del cordón pueden ser complejos y diversos patrones requieren diversas longitudes del cordón.

Uno puede preguntarse: ¿qué patrón del cordón requiere los cordones más cortos?. En el problema del cordón, usted tiene que encontrar la trayectoria más corta desde el ojal superior en un lado, al ojal superior en el otro lado, pasando a través de cada ojal apenas una vez.

Tomado de: http://www.soarem.org.ar/Documentos/31%20Moriena.pdf

Fíjate que los tres estilos requieren diferentes longitudes de cordón. Responde la pregunta del problema del cordón y compárala con la de algunos(as) compañeros.

Día a día

Ríos importantes de Colombia

El río Magdalena es el río de la Patria. Su longitud total, desarrollada de sur a norte, entre las cordilleras Central y Oriental, es de 1,558 km, de los cuales son navegables 1,290 Km, interrumpidos en el salto de Honda.

El Magdalena es el río interandino de mayor extensión en Suramérica, arrojando al mar 8,000 metros cúbicos cada seg. Su cuenca tiene una extensión de 256,622 km^3, y recibe las aguas de cerca de 500 afluentes por ambas orillas, así como, más de 5,000 arroyos y quebradas. Sirve de lazo de unión entre los diversos pueblos de los territorios que recorre, desde su nacimiento en la laguna de la Magdalena, en el páramo de las Papas (Macizo Colombiano) a 3,685 m de altura, hasta su desembocadura, en las Bocas de Ceniza en el mar Caribe.

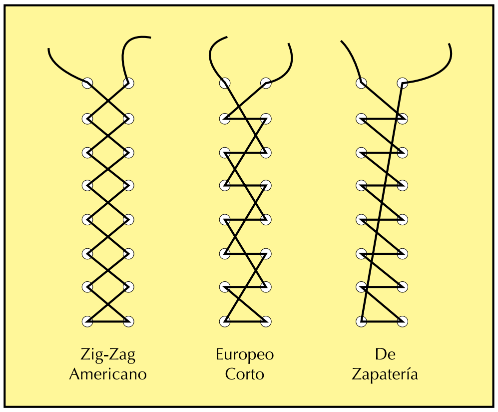
Su principal puerto es Barranquilla y le siguen en importancia los puestos de La Dorada, Puerto Berrío, Barrancabermeja, Puerto Wilches, Magangué, El Banco y Girardot.

El Magdalena está comunicado con el puerto marítimo de Cartagena a través del canal del Dique, obra humana de 105 km de longitud.

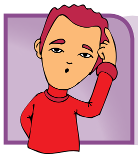
Por su parte, el río Cauca es el más importante entre los muchos afluentes del Magdalena, con una longitud total de 1,350 km, de los cuales son navegables un poco más de 620 km.

El Cauca nace también en el Macizo Colombiano, en la laguna del Buey. Corre entre las cordilleras Central y Occidental y tributa sus aguas en el Magdalena, a la altura del departamento de Bolívar, después de regar una hoya hidrográfica cercana a los 63,300 km^2 de superficie, en la cual se destaca su parte media como una de las zonas más fértiles del país, en territorio del departamento del Valle del Cauca.

Tomado de: http://www.todacolombia.com/geografia/vertientescolombia.html

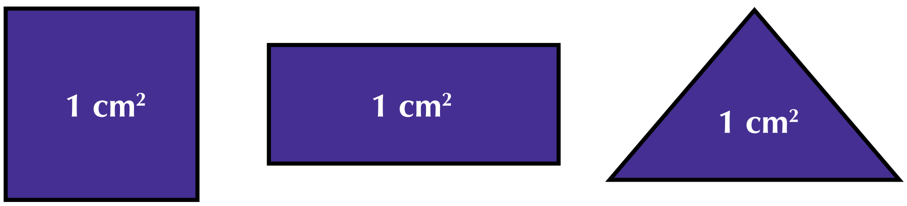


Tema 3. Realizo mediciones y cálculos de áreas



Indagación

En cursos anteriores se ha estudiado que el área es el resultado de medir la extensión de una superficie. Por lo tanto, para conocer el área de una figura se requiere saber cuántos patrones o unidades de medida caben en ella.

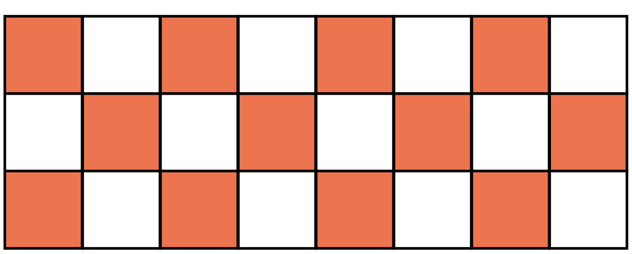


Vamos a realizar algunos conteos de áreas y para ello acordarmos que las figuras anteriores, son patrones que tienen la misma unidad de medida por ejemplo, cada uno vale 1 cm^2.

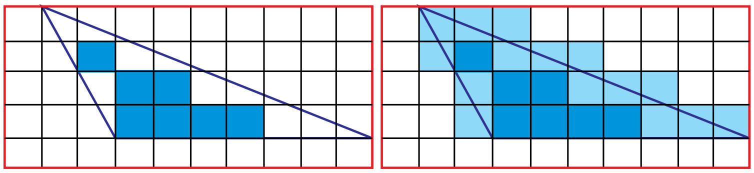
En tu cuaderno, dibuja una figura que represente el piso de tu salón de clases e intenta medir su superficie tomando una de las tres figuras como unidad de área. Prueba con cada una de la unidades dadas arriba y decide cuál puede ser la que dé un resultado más preciso.

Conceptualización

Una unidad de medida adecuada para recubrir es una pequeña región cuadrada. Así que un procedimiento para calcular el área consiste en realizar el conteo de cuadros. Para medir la extensión de superficies se puede usar una cuadrícula como la que aparece a continuación, o sea, una extensión regular de regiones unitarias cuadradas, sin separación.



Para usar una cuadrícula en el cálculo del área de una región dada, se procede a dibujar la figura sobre ella. Así:



Contando se puede verificar que en el triángulo de la izquierda están contenidos siete cuadros completos, los cuales están sombreados y hay unos pedazos de cuadro, que pertenecen al triángulo y que no hemos sombreado. Entonces, podemos afirmar que el área de la figura es algo más que 7 unidades. Lo que se ha realizado es una estimación del área del triángulo, calculada por defecto.

Si se cuenta en la cuadrícula de la derecha, hay quince cuadros más, que también están sombreados y que cubren el resto de la superficie. Luego, la región cubierta es de 7 +15, es decir, 22 unidades, lo que muestra que el área de la región tiene algo menos que 22, porque hay partes de los cuadros que están por fuera del triángulo. Así que 22 unidades es una estimación del área del triángulo, calculada por exceso. Con esta estimación se sabe que el área del triángulo está entre 7 y 22 unidades.

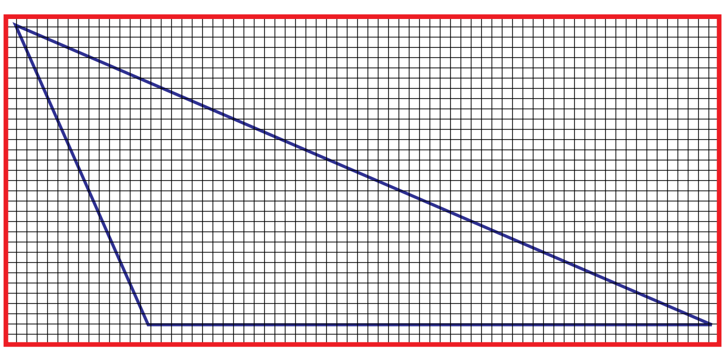
Como la diferencia entre las dos estimaciones es de 15 unidades, la medida no es precisa. Los dos resultados del conteo (7 y 22) son aproximados. Pero, en ambos, el error de medición es considerable.

Una aproximación más precisa se puede lograr utilizando una unidad de medida menor.

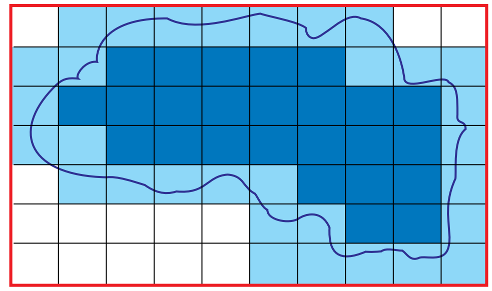
Al utilizar el papel milimétrico, la aproximación será más precisa, pues casi toda la superficie del triángulo estará cubierta por regiones unitarias "completas".

En este caso, al hacer la estimación se encuentra que el área del triángulo está entre 702 y 770 unidades.

La cuadrícula se puede usar también para calcular de manera aproximada el área de una región de contorno irregular.



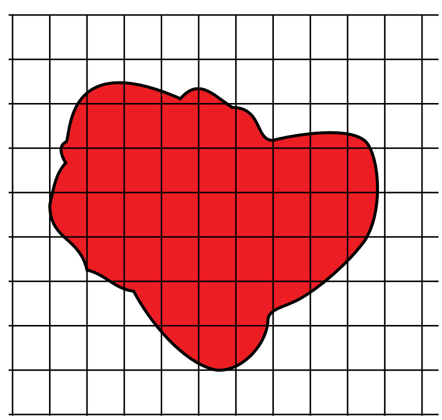
En la figura, se puede apreciar que en la región sombreada hay 25 unidades y en la que está levemente sombreada hay 31 unidades. Como 25 + 31 = 56, se sabe que el área de la región está entre 25 y 56 unidades.



Como ya se ha dicho, una mayor aproximación se logra usando una cuadrícula más pequeña y con el mismo método de conteo.

En la práctica, esta forma de obtener el área es muy laboriosa y tiene limitaciones muy notorias por el margen de error, que da como resultado una mayor o menor precisión en el cálculo del área de los dibujos. Por lo tanto, será necesario realizar otra forma de cálculo que permita resultados más precisos y que se obtengan de manera más rápida.

Ahora, copia la figura en tu cuaderno y aplica este método de estimación por defecto y por exceso para dar un valor aproximado del área de la figura siguiente.



Compara tu trabajo con algunos compañeros y acepta si te has equivocado.

Área y superficie

Generalmente conocemos expresiones como: “El portero recoge la pelota dentro de su área”.

“Dejó el automóvil fuera del área de estacionamiento”. “El polvo se acumula en la superficie de los muebles”.

En el lenguaje cotidiano, algunas veces ocurre que se emplean como sinónimos los vocablos área y superficie. Sin embargo, en matemáticas tienen significados diferentes, por lo cual es necesario precisar cada uno de ellos.

Cuando se menciona la parte del papel sobre la cual se imprime o la parte de un mueble en la que se acumula el polvo se hace referencia a la superficie. La superficie es la parte de un cuerpo que se puede ver o tocar.

Superficie es la región plana interior delimitada por un polígono o una curva cerrada.

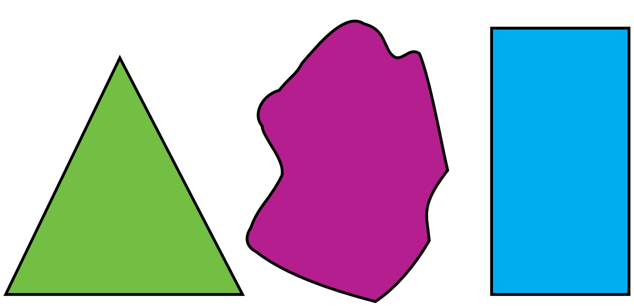
Las superficies tienen dos dimensiones. La representación de una superficie se hace por medio de las líneas que forman su contorno.

Si se habla de la extensión de un terreno, de la medida de la cubierta de una mesa, del interior de un polígono, etcétera, se está haciendo referencia al área de esa superficie.

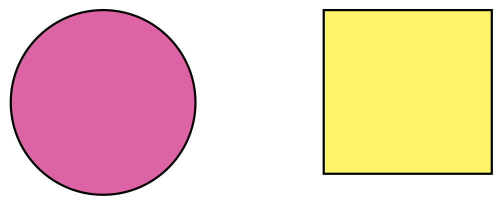
El área es el resultado de la medida de la extensión de una superficie.

Para obtener el área de una superficie, es necesario llenarla completamente con figuras congruentes (de la misma forma y medida). La figura que se elija se denomina patrón de área.

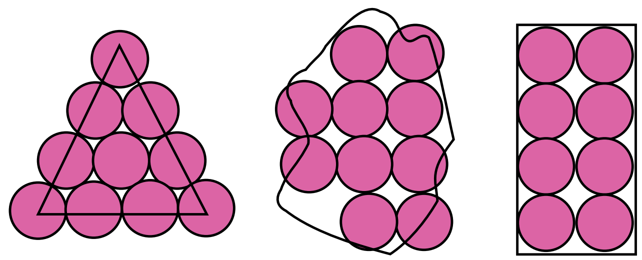
Se quieren medir las extensiones de las superficies (regiones) siguientes.



Para tal fin, se eligen arbitrariamente los siguientes patrones de medida:

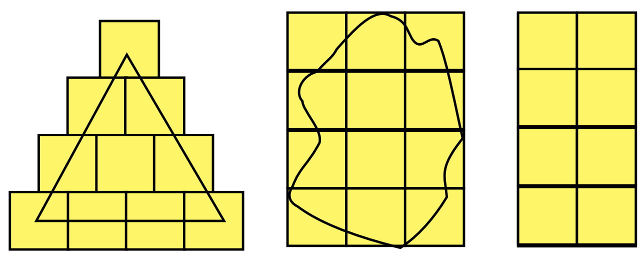


a. Se cubre cada región con el primer patrón de medida.



Al cubrir las tres regiones con pequeñas regiones circulares congruentes, siempre habrá partes que permanezcan descubiertas.

b. Se cubre cada región con el segundo patrón de medida.

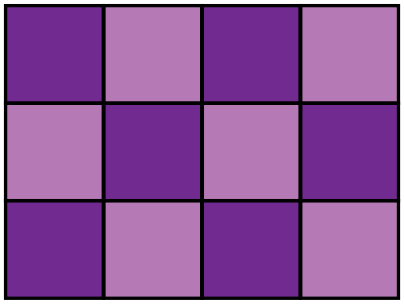


Entonces, se aprecia que siempre es posible cubrir completamente cualquier región, si se emplean suficientes regiones cuadradas.

Debe considerarse que el patrón unidad cuadrado no es el único con esta propiedad de cubrimiento, pero sí tiene la ventaja de ser el patrón cuya forma es simple. Es por esta razón que el área de una superficie se proporciona en unidades cuadradas (u^2).

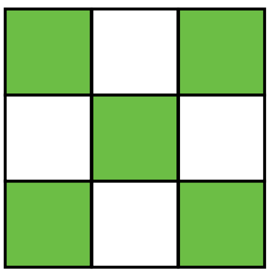
Las propiedades básicas del área son:

1. El área de una superficie se expresa con un número y su unidad correspondiente.

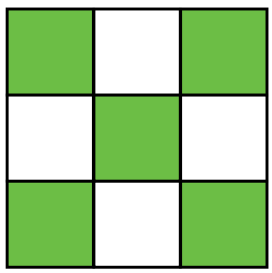


$A = 12\ u^2$

2. Dos superficies congruentes tienen la misma área.

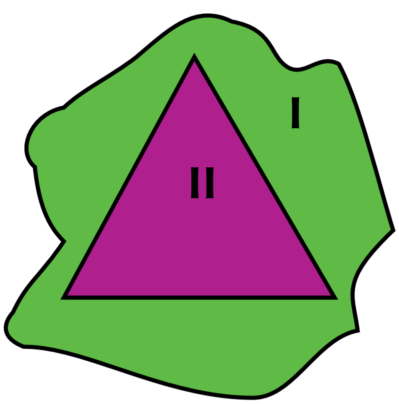


$A = 9\ u^2$



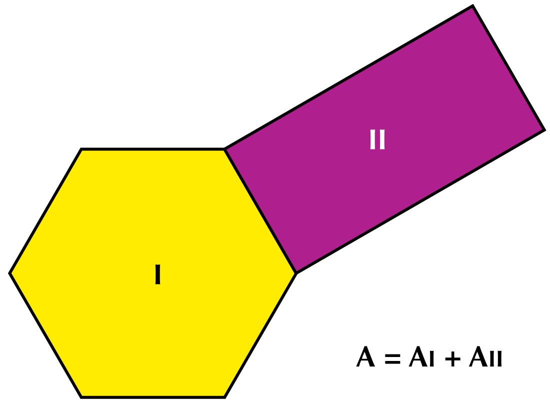
$A = 9\ u^2$

3. El área de una superficie es mayor o igual que el área de cualquier región que contenga.



$A_I > A_{II}$

4. El área de la unión de dos superficies diferentes es la suma de las áreas de esas superficies.



$A = A_I + A_{II}$

Conviene insistir en que el área de una superficie no se da en unidades lineales, sino en unidades cuadradas, porque la superficie tiene dos dimensiones que son largo y ancho.

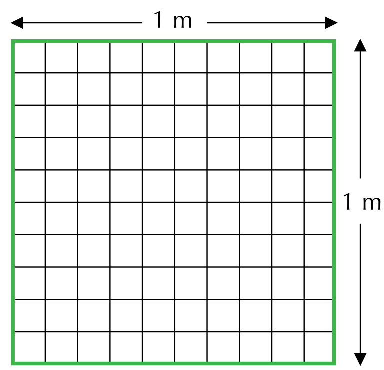
Medidas de área

Lo más conveniente es utilizar una pequeña figura cuadrada para hallar el área de una región.

También es necesario que haya una unidad de medida que sea única para que las áreas sean comprendidas de igual manera por todos.

La unidad fundamental de medida para las áreas es el metro cuadrado (m^2), que se acostumbra representar por un cuadro de un metro de longitud por lado.

Obsérvese con atención la figura siguiente, que representa un metro cuadrado. Como cada lado está dividido en 10 segmentos congruentes, cada uno de ellos representa un decímetro, y cada cuadro pequeño es un decímetro cuadrado.



Entonces, un metro cuadrado tiene 100 decímetros cuadrados.

$$1\ m^2 = 100\ dm^2$$

Si se considera que los valores de las medidas de longitud aumentan o disminuyen en potencias de 10 y que $10^2 = 10x10 = 100$, resulta lógico pensar que el valor de las medidas de área aumenta o disminuye en agrupamientos de 100 en 100.

Cada unidad de área es 100 veces mayor que la inferior y 100 veces menor que la superior. Por ejemplo: 1 m² es 100 veces mayor que 1 dm² y 100 veces menor que 1 dam².

Para medir la extensión de grandes superficies se emplean los múltiplos del metro cuadrado, que son los siguientes:

- Un decámetro cuadrado: $1dam^2 = 100\ m^2$.
- Un hectómetro cuadrado: $hm^2 = 100\ dam^2 = 10{,}000\ m^2$.
- Un kilómetro cuadrado: $km^2 = 100\ hm^2 = 10{,}000\ dam^2 = 1{,}000{,}000\ m^2$.
- Cabe mencionar que un hectómetro cuadrado (hm^2), equivale a una hectárea (ha), es decir, $10{,}000\ m^2$.
- Un decámetro cuadrado (dam^2), equivale a un área (a).
- Un metro cuadrado (m^2), equivale a una centiárea (ca).

La **hectárea**, el **área** y l**a centiárea son medidas de área que se llaman agrarias** porque se usan en el campo, con ellas se miden grandes terrenos como fincas o haciendas.

Cuando se miden superficies más pequeñas que el metro cuadrado, se emplean los submúltiplos, que son: el decímetro cuadrado (dm^2), el centímetro cuadrado (cm^2) y el milímetro cuadrado (mm^2).

- $1\ m^2 = 100\ dm^2 = 10{,}000\ cm^2 = 1{,}000{,}000\ mm^2$.
- $1\ dm^2 = 100\ cm^2 = 10{,}000\ mm^2$.
- $1\ cm^2 = 100\ mm^2$.

Cuando se conoce una unidad de medida para las áreas, como el metro cuadrado, múltiplos y submúltiplos, no es necesario obtener las áreas por conteo, pues se pueden calcular en forma indirecta a partir de la medida de sus dimensiones (largo y ancho).

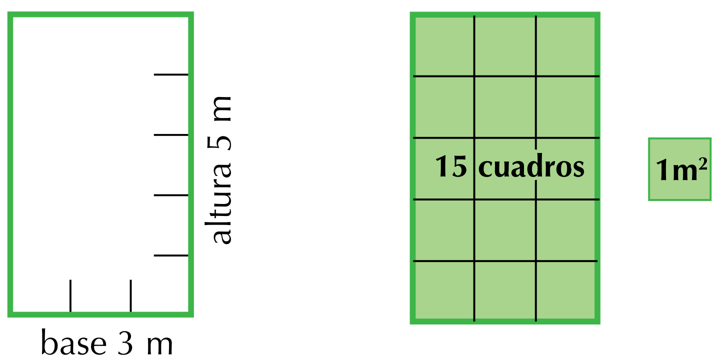
Cálculo del área de cuadrados y rectángulos

La Asociación de padres de familia de una escuela va a pintar una pared rectangular que mide 5 m de largo y 3 m de ancho.

La información que posee al respecto es que con 1 litro de pintura se pueden pintar 6 m^2 de la pared.

¿Cómo pueden saber qué cantidad de pintura se requiere para pintar toda la pared?

Lo primero que se necesita es conocer la medida de la extensión de la superficie que se va a pintar, es decir, el área que tiene.



Para obtener su área, en este caso una región rectangular, se requieren las medidas de su base y su altura. Observa la figura adjunta, que es una representación de la pared:

$$\boxed{5 \times 3 = 15}$$

Con estas medidas, se puede verificar:

Al cuadricular el rectángulo el número de cuadros que resulta (15), coincide con el producto de la base por la altura.

Estos cuadros representan la unidad de medida, y en este caso son metros cuadrados.

La palabra área se representa simbólicamente con la letra A, entonces A = (3 m) x (5 m) = 15 m^2.

Además, en el lenguaje simbólico de las matemáticas, la base se representa con *b*, y la altura con *h*.

Por lo tanto:

El área de un rectángulo es igual al producto de su base por su altura. La fórmula es A = b x h.

Volviendo al problema de la pintada de la pared de la escuela:

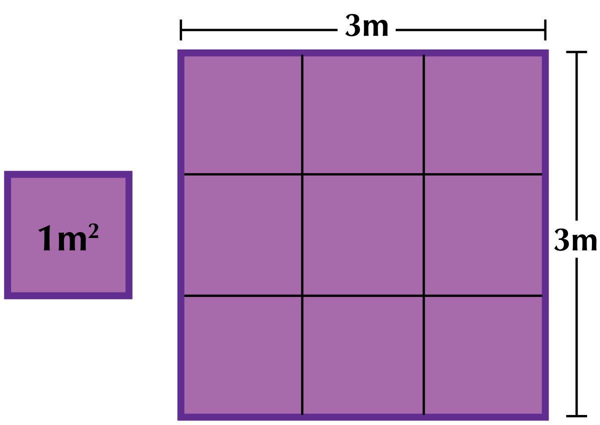
El área de la pared que se va a pintar es de 15 m^2. Con un litro de pintura se cubren 6 m^2, entonces, si se divide 15 ÷ 6, esto es 2.5 litros.

15	6
30	2.5
0	

El resultado de la división significa que se requieren 2,5 litros de pintura para cubrir la pared de área 15 m^2.

La fórmula A = b x h (área igual a base por altura) se aplica para obtener el área de cualquier rectángulo.

En cambio, si se trata del cuadrado, como los lados son congruentes, no tiene sentido considerar base y altura, sino que simplemente se mide un lado y el número obtenido se multiplica por sí mismo para obtener el área, como se muestra a continuación.



Área = lado x lado
(3m) x (3m) = 9m^2

Es necesario tener presente que al multiplicar una cantidad por sí misma ésta queda elevada a la segunda potencia o sea al cuadrado. También, que el área se representa con *A* y el lado con *l*. Como lado por lado sustituye a base por altura, se tiene:

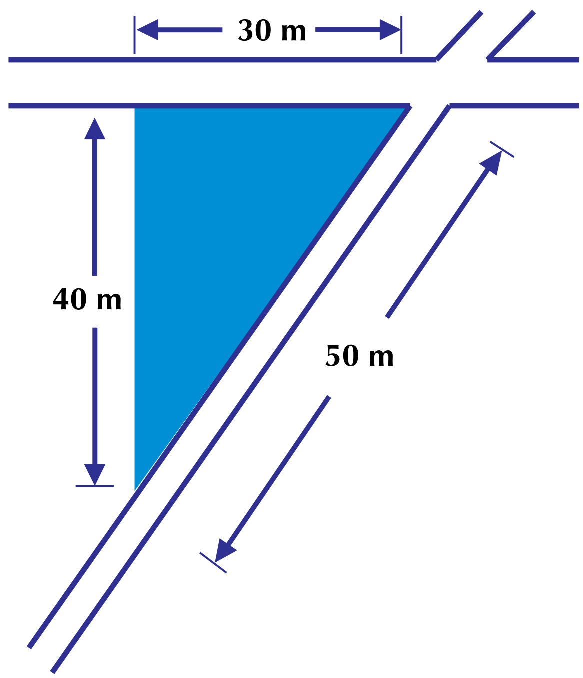
El área de un cuadrado es igual a la medida de un lado elevada al cuadrado. La fórmula es A = l².

La fórmula *A* = *l x l* = l^2 (área A igual a lado por lado, igual a lado al cuadrado), se aplica para obtener el área de cualquier cuadrado.

Cálculo del área de triángulos y polígonos

Analiza con un compañero o con tu profesor, la situación siguiente:

Una persona desea vender un terreno que tiene la forma que muestra la figura, a continuación.



Conoce el costo por cada m^2, pero ignora cuántos m^2 tiene su terreno.

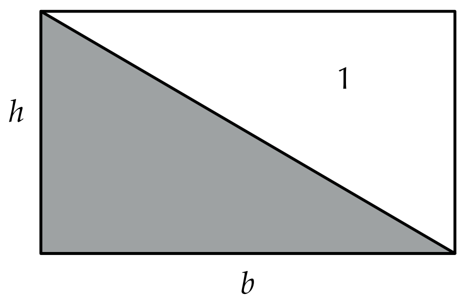
Para saberlo, es necesario encontrar una forma que permita calcular el área de una superficie triangular.

Área del triángulo

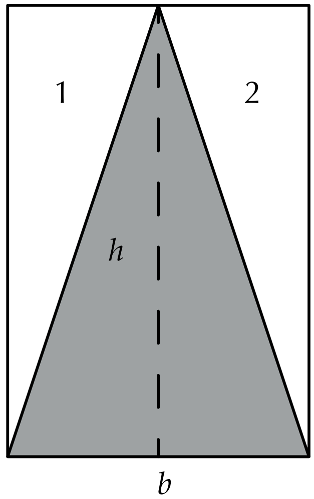
Considérense los rectángulos I, II y III y obsérvense los triángulos sombreados que contiene cada uno.

Nótese que la base y la altura de cada triángulo miden igual que la base y la altura del rectángulo que lo contiene.

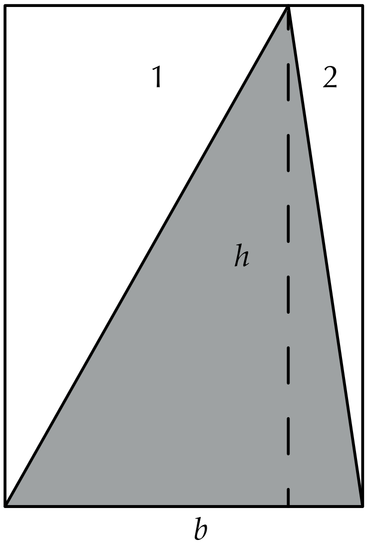
Rectángulo I



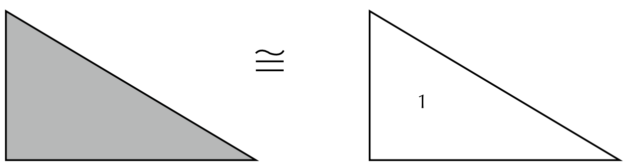
Rectángulo II



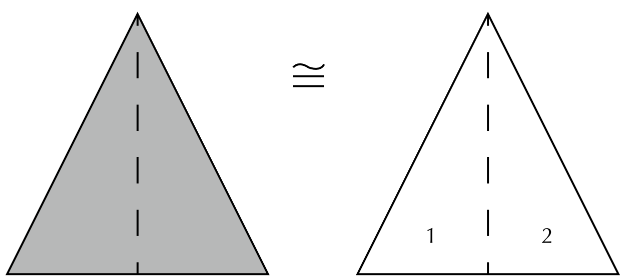
Rectángulo III



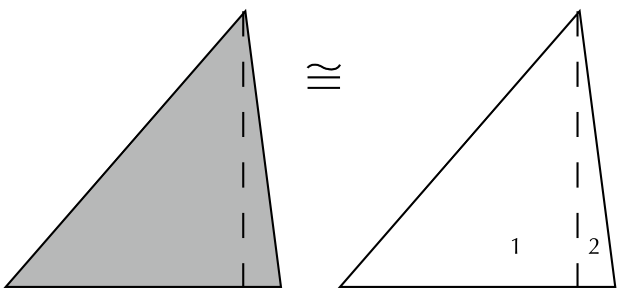
Se recorta el triángulo 1 del rectángulo I y se compara con su triángulo sombreado.



Se recortan los triángulos 1 y 2 del rectángulo II, con ellos se forma un nuevo triángulo para compararlo con el sombreado.



Haciendo lo mismo con los triángulos 1 y 2 del rectángulo III, se tiene:



En los tres casos puede observarse que los triángulos que se recortan forman otro que es congruente con el triángulo sombreado.

Cada rectángulo inicial contiene dos triángulos cuya base y altura es igual a la base y altura del rectángulo.

Por lo tanto, el área de uno de los triángulos es la mitad del área del rectángulo.

Esto es:

$$\text{Área del rectángulo} = \frac{\text{Área del rectángulo}}{2}$$

Pero como Área del rectángulo = base por altura, entonces,

$$\text{Área del triángulo} = \frac{\text{base por altura}}{2}$$

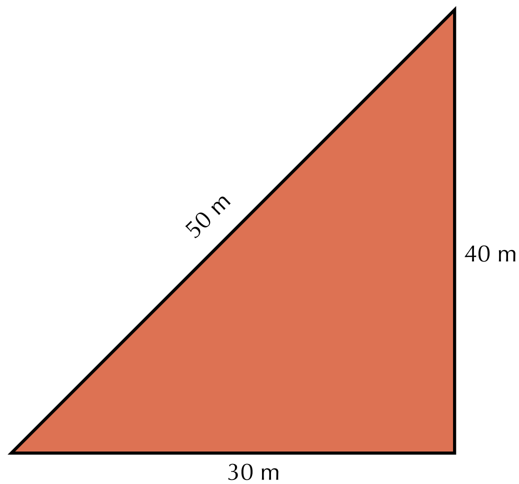
Entonces puede concluirse que:

El área del triángulo es igual a su base multiplicada por su altura y dividida entre 2.

$$A = \frac{b \times h}{2}$$ en donde A = área, b = base, h = altura

Analicemos la situación siguiente:

Jacinto recibió como herencia un terreno triangular como muestra la figura y calcula el área así:



Como el terreno tiene forma de triángulo rectángulo cuya base es 30 metros y altura 40 metros, entonces ordena los datos y con la fórmula del área del triangulo se da cuenta que el terreno heredado tiene un área de 600 metros cuadrados.

h = 40 m

b = 30 m

$$A = \frac{b \times h}{2}$$

$$A = \frac{30\text{m} \times 40\text{m}}{2}$$

$$A = \frac{1{,}200 \text{ m}^2}{2} = 600 \text{ m}^2$$

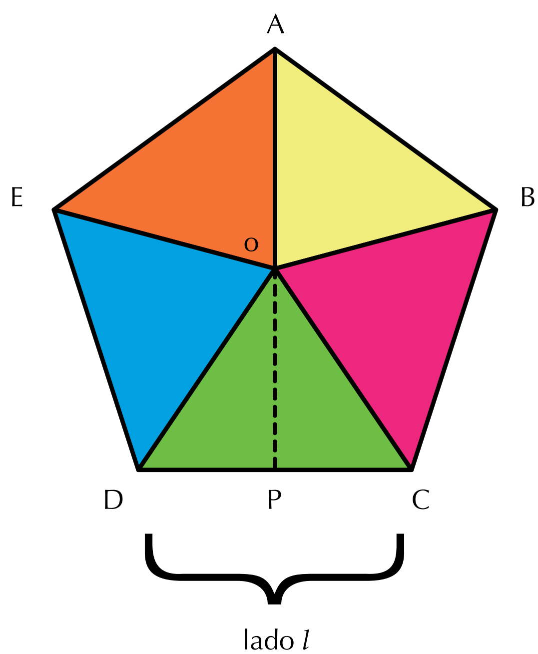
El terreno tiene un área de 600 m^2.

Área de polígono regular

Conociendo la forma de obtener el área del triángulo, resulta sencillo deducir la fórmula para calcular el área de polígonos regulares, dado que éstos pueden dividirse en triángulos congruentes.

Llámense polígonos regulares a aquellos que tienen sus lados y ángulos iguales.

En este caso se considera un polígono regular de más de cuatro lados, puesto que la obtención del área del triángulo y el cuadrado está bien definida.



Sea el pentágono regular (polígono regular de 5 lados) cuyos vértices son ABCDE.

Se divide el pentágono ABCDE en cinco triángulos congruentes, siendo O el centro de la figura.

El área del polígono se obtiene si se multiplica el área de un triángulo por cinco.

Al triángulo DOC se le traza su altura OP, que es el segmento perpendicular que va del punto medio de un lado del polígono al centro de la figura, es decir, la apotema del polígono. La apotema OP del polígono es la altura de uno de los triángulos en que se divide el polígono regular.

$$\text{Área } \triangle DOC = \frac{b \times h}{2} = \frac{\text{lado del polígono} \times \text{apotema}}{2} = \frac{DC \times OP}{2}$$

Como DC es el lado del polígono que llamaremos ***l***.

El área del polígono será igual a 5 veces el área del triángulo $\triangle DOC$, por lo tanto, la fórmula para calcular el área del pentágono regular es:

$$\text{Área del pentágono regular} = \frac{5 \times (l \times \text{apotema})}{2}$$

o

$$\text{Área del pentágono regular} = \frac{(5 \times l) \times \text{apotema}}{2} \text{ también.}$$

Pero (**5 x *l***) es el perímetro del pentágono regular, entonces, podemos decir que el área del pentágono regular es igual a multiplicar el perímetro por la apotema y dividir entre 2. En general, el área del polígono regular de cualquier número de lados es igual a semiperímetro (perímetro ÷ 2) por apotema.

Si P es el perímetro del polígono regular y a es la apotema del polígono regular entonces, su área A será:

$$\text{Área del polígono regular} = A = \frac{P \times a}{2}$$

Se sabe que un polígono regular es aquel cuyos lados tienen la misma medida (además de tener sus ángulos iguales).

Círculo y Circunferencia

El círculo puede considerarse como un polígono regular de infinito número de lados, cuyo perímetro es la longitud de su circunferencia y cuya apotema es el radio.

La **circunferencia** es la línea curva y cerrada, cuyos puntos equidistan de un punto interior llamado centro.

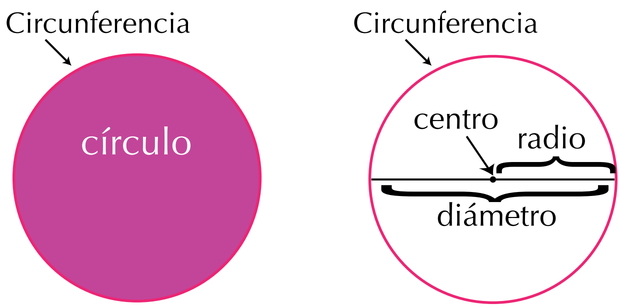
Círculo es la superficie plana limitada por la circunferencia.

El perímetro del círculo es igual a la longitud de la circunferencia, en donde:

El radio (r) de una circunferencia es la recta que une el centro con un punto cualquiera de la circunferencia.

El diámetro (d) es la recta que une dos puntos de la circunferencia pasando por el centro y su largo equivale a dos veces la longitud del radio ($d = 2r$).

En un objeto circular de cualquier tamaño, si se adapta un hilo de longitud igual al diámetro y con él se mide la circunferencia, se verá que siempre



está contenido, aproximadamente, 3 veces $\frac{1}{7}$ Esta razón $3\frac{1}{7}$ entre la longitud de la circunferencia (c) y la del diámetro (d) es constante $3\frac{1}{7} = 3 + \frac{1}{7}$:

$1 \div 7 = 0.1416...$ $\qquad 3\frac{1}{7} = 3.1416...$

Desde el rigor de las matemáticas, la relación entre la longitud de la circunferencia y el diámetro es un número especial, diferente de lo que tú conoces.

Dicho número se identifica con la letra griega

$$\pi \text{ (pi), es decir, } \frac{c}{d} = \pi$$

Una aproximación numérica, para efectos prácticos, de π se expresa como 3.14 o 3.1416 cuando se exige una mayor precisión.

La longitud de la circunferencia (***c***) es entonces π x 2r veces el diámetro, es decir, $\boldsymbol{c} = \pi \times \boldsymbol{d}$.

Como se sabe que $\boldsymbol{d} = \boldsymbol{2r}$, se puede concluir que $\boldsymbol{c} = \pi \bullet \boldsymbol{d}$ y $\boldsymbol{c} = \pi\ \boldsymbol{(2r)}$.

Las expresiones $\boldsymbol{c} = \pi\ \boldsymbol{d}$ y $\boldsymbol{c} = \boldsymbol{2}\ \pi\ \boldsymbol{r}$ se utilizan indistintamente para la obtención de la longitud de la circunferencia, es decir, del perímetro del círculo, que es la longitud de la circunferencia.

Aplicación

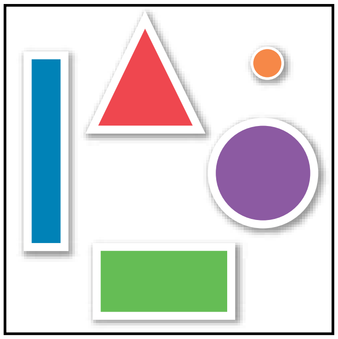
1. Calcula el número de árboles que pueden plantarse en un terreno rectangular de 32 m de largo y 30 m de ancho si cada planta necesita para desarrollarse 4 m².
2. Calcula el número de baldosas cuadradas, de 10 cm, de lado que se necesitan para enlosar una superficie rectangular de 4 m de base y 3 m de altura.
3. Hallar el área de un triángulo rectángulo isósceles cuyos lados miden 10 cm cada uno.
4. Inventa un problema sobre cálculo de áreas.

Entendemos por…

Superficie la extensión considerada en dos dimensiones: largo y ancho, es decir la superficie es bidimensional.

Diversión matemática

Diviértete creando tus propias figuras, con aquéllas que te han dado.



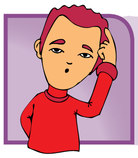
Si te hacen falta figuras, puedes construirlas o usar varias veces las dadas.

Día a día

Los departamentos de Colombia

Calca y repinta el mapa y la cuadrícula, numera los cuadritos y escribe un informe sobre cuál o cuáles departamentos quedaron en cada uno.
Identifica el departamento más extenso y el departamento menos extenso.

Tema 4.
Realizo mediciones y cálculos de masa

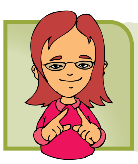


Indagación

Toma como unidad de medida 100 fríjoles y separa para 3 amigas imaginarias los encargos que te hicieron: Sofía te encargó 13 unidades, Ofelia te pidió 15 unidades y Margarita te pidió 23 ½ unidades.

Si la masa de cada unidad es 150 gramos. ¿Cuántos gramos has repartido entre tus amigas imaginarias? o y con argumentos hacer ver que tú tienes la razón y también permitir.

Reúnete con cuatro compañeros y entre los 5 comenten al respecto. Entre todos pueden llegar a un acuerdo y clarificar situaciones.



Conceptualización

Todo cuerpo tiene materia y a la cantidad de materia que posee un cuerpo se le conoce como masa.

La masa es la cantidad de materia que poseen los cuerpos, la cual está constituida por los átomos.

En el Sistema internacional de medidas, la unidad estándar es el kilogramo (kg), el cual se define como la masa de un cilindro de una aleación (mezcla) de los metales platino e iridio, antiguamente se definía como la masa que tiene un litro de agua a 4º C.

En el Sistema decimal se toma como unidad de masa el gramo con sus múltiplos y sus submúltiplos.

Para expresar una unidad de masa en otra se procede como en las medidas de longitud. De una mayor a otra menor se multiplica.

Ejemplo de Kh a g $\longrightarrow$ se multiplica x1,000 ¿por qué?

De una menor a otra mayor se divide.

Ejemplo de mg a Kg $\longrightarrow$ se divide entre 1,000,000 ¿por qué?

En Colombia se usan otras unidades de masa llamadas unidades agrarias.

Tonelada métrica: 1 Tom = 1,000 kg

Arroba: 1@ = 25 libras

Aplicación

1. Expresa en gramos:

   a. 12kg 5hm 3dg →
   b. 2g 6cg 3mg →
   c. 15.56dg + 724.9dg →
   d. 43 105mg + 7 835cg →
   e. 3.5hg + 6.7dg + 4 200cg →

2. Expresa en kilogramos:

   a. 12hg 5dg 3g →
   b. 7hg 6g 3cg →
   c. 105dag + 424dg →
   d. 105g + 7 835cg →
   e. 3.5hg + 6.7g + 4 200cg →

Entendemos por…

Masa la cantidad de materia que tiene un cuerpo. Se mide en kilogramos, gramos, toneladas, libras, onzas, etc.
Peso la fuerza con que la Tierra atrae un cuerpo y depende de su masa. Un cuerpo de masa el doble que otro, pesa también el doble. Se mide en Newtons, kg-fuerza, dinas, libras-fuerza, onzas-fuerza, etc.

Diversión matemática

La bola más pesada

Una bolsa contiene 27 bolas de billar que parecen idénticas. Sin embargo, nos han asegurado que hay una defectuosa que pesa más que las otras.
Disponemos de una balanza, pero no de un juego de pesas, de manera que lo único que podemos hacer es comparar pesos.
Demuestra que se puede localizar la bola defectuosa con solo tres pesadas.

Tomado de: http://www.acertijosyenigmas.com/2008/05/22/acertijo-balanzas-sin-pesas/

Día a día

Peso de un cuerpo en los distintos planetas del sistema solar.

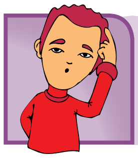
La siguiente lista describe el peso de un cuerpo de «masa unidad» en la superficie de algunos cuerpos del sistema solar, comparándolo con su peso en la Tierra:

Cuerpo celeste	Peso relativo	g (m/s^2)
Sol	27.90	274.1
Mercurio	0.377	3.703
Venus	0.907	8.872
Tierra	**1**	**9.8226**
Luna	0.165	1.625
Marte	0.377	3.728
Júpiter	2.364	25.93
Saturno	0.921	9.05
Urano	0.889	9.01
Neptuno	1.125	11.28

Tomado de: http://es.wikipedia.org/wiki/Peso

Con los valores de la tabla anterior podemos calcular el peso de un cuerpo en cada uno de los planetas de nuestra galaxia. Por ejemplo: Una persona que en la Tierra pesa 60 kilogramos-fuerza, pesará en la luna (60 kilogramos-fuerza)(0.165) = 9.9 kilogramos-fuerza, aproximadamente 10 kilogramos-fuerza, que es una sexta parte de lo que pesa en la Tierra.

Tema 5.
Realizo mediciones y cálculos de tiempo



Indagación

El reloj de sol es un instrumento usado desde tiempos muy remotos con el fin de medir el paso de las horas, minutos y segundos (tiempo).

Se denomina también cuadrante solar.

Emplea la sombra arrojada por un gnomon o estilo sobre una superficie con una escala para indicar la posición del Sol en el movimiento diurno.

Según la disposición del gnomon y de la forma de la escala se puede medir diferentes tipos de tiempo, siendo el más habitual el tiempo solar aparente.

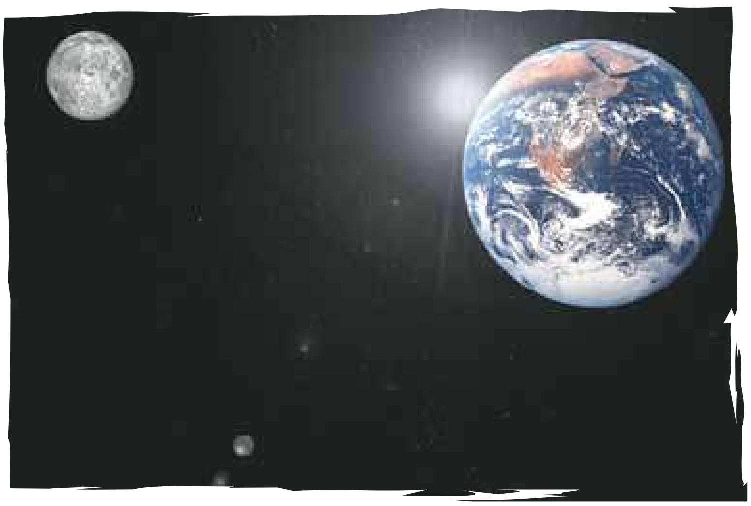
La ciencia encargada de elaborar teorías y reunir conocimiento sobre los relojes de sol se denomina gnomónica.

Un reloj es cualquier dispositivo que puede medir el tiempo transcurrido entre dos eventos que suceden respecto de un observador.

Con otro compañero inventa una manera o procedimiento o aparato para medir el tiempo.

Conceptualización
Medidas de tiempo

La Luna es el único satélite natural de la Tierra situada a una distancia aproximada de 380,000 km. Gira alrededor de nuestro planeta empleando 27.3 días en darle la vuelta. En el mismo tiempo da también una vuelta alrededor de sí misma, por eso siempre mantiene la misma cara dirigida hacia la Tierra.



Si un día tiene 24 horas. ¿Cuántas horas emplea la Luna en darle una vuelta a la Tierra? ¿Cuántos minutos?

Cálculo de horas: *Basta realizar la multiplicación*

$$27.3 \times 24 = 655.2$$

La luna gasta 665.2 horas en un giro alrededor de la Tierra.

Cálculo de minutos: *Como cada hora tiene 60 minutos, entonces realizamos la operación:*

$$655.2 \times 60 = 39{,}312$$

La luna emplea 39,312 minutos en un giro alrededor de la Tierra.

Tomado de: (Galaxia Física 10 – Edit. Voluntad 1998- páginas 302-304)

El tiempo lo medimos en horas, minutos y segundos, que por ir de 60 en 60 constituyen un sistema sexagesimal, igual que la medida de los ángulos que medimos en grados y segundos y también van de 60 en 60.

Tanto las mediciones de ángulos en grados y segundos de grado como las de tiempo: horas, minutos y segundos, no pertenecen al sistema decimal.

Los períodos de tiempo mayores que una hora, se utilizan:

Un día: Es el tiempo que tarda la Tierra en dar una vuelta completa alrededor de su eje.

- 1 día = 24 horas.
- 1 semana = 7 días.
- 1 mes = 30 días.

Un año: Es el tiempo que tarda la Tierra en dar una vuelta completa alrededor del Sol.

- 1 año = 365 días, excepto el año bisiesto que son 366 días.
- 1lustro = 5 años.
- 1 década = 10 años.
- 1 siglo = 100 años.
- 1 milenio = 1,000 años.

Suma o resta de medidas de tiempo

Ya sea que sumemos o que restemos tiempos es necesario que sus miembros estén en la misma unidad.

Por ejemplo si sumamos horas con minutos debemos pasar ambos miembros a una de ellas, bien sea a horas o bien a minutos.

1h + 15 min = 60 min+15 min = 75 min

o también:

1h + 15 min = 1h + $\frac{1}{4}$ h = 1$\frac{1}{4}$ h

Aplicación

En tu cuaderno y de manera individual, resuelve las operaciones siguientes:

1. 29 h 37 min 54 seg + 34 h 25 min 5 seg.
2. 125 h 31 min 50 seg + 38 h 23 min 56 seg.
3. 32 h 39 min 5 seg - 21 h 38 min 54 seg.
4. 65 h 28 min 54 seg - 34 h 20 min 55 seg.
5. Un campesino sale de su casa a las 8 en punto de la mañana y tarda en llegar a lo alto de una montaña 3 horas, 25 minutos y 30 segundos. Permanece allí media hora y después inicia el viaje de regreso, empleando para ello 2 horas 48 minutos y 20 segundos. ¿A qué hora llega a su casa?
6. Un operario ha controlado un telar durante 6 h y 46 minutos y otro durante 7 horas y media. ¿Cuánto tiempo han empleado entre ambos?
7. El ganador de una carrera ciclista ha tardado 5 h 25 min 45 s y el último en cruzar la meta 6 h 22 min 50 s. ¿Qué tiempo le ha sacado el ganador al último corredor?
8. A las 23 h 35 min 43 s hemos acabado de ver, sin interrupción, una película de vídeo cuya duración es de 1 h 45 min. ¿A qué hora hemos comenzado a verla?
9. ¿Cuántos segundos tardará la Luna en darle una vuelta a la Tierra?

Entendemos por…

Período los lapsos o espacios de tiempo comprendidos entre dos fenómenos o hechos o marcas que determinemos con alguna regularidad. Por ejemplo el período comprendido entre una navidad y la anterior, es de un año.

Diversión matemática

El policía matemático

“Que tenga usted una buena mañana, oficial”, dijo el señor McGuire. “¿Puede usted decirme qué hora es?”. “Puedo hacer eso exactamente”, replicó el agente Clancy, que era conocido como el policía matemático. “Sume un cuarto del tiempo que hay entre la medianoche y ahora a la mitad del tiempo que hay entre ahora y la medianoche, y sabrá usted la hora correcta”. ¿Puede usted calcular la hora exacta en que ocurrió esta intrigante conversación?

Día a día

La cronología (histórica, geológica, etc.) permite datar los momentos en los que ocurren determinados hechos (lapsos relativamente breves) o procesos (lapsos de duración mayor).

En una línea de tiempo se puede representar gráficamente los momentos históricos en puntos y los procesos en segmentos.

Las formas e instrumentos para medir el tiempo son de uso muy antiguo, y todas ellas se basan en la medición del movimiento, del cambio material de un objeto a través del tiempo, que es lo que puede medirse.

En un principio, se comenzaron a medir los movimientos de los astros, especialmente el movimiento aparente del Sol, dando lugar al tiempo solar aparente. El desarrollo de la astronomía, se fueron creando diversos instrumentos, tales como los relojes de sol, las clepsidras o los relojes de arena y los cronómetros.

Posteriormente, la determinación de la medida del tiempo se fue perfeccionando hasta llegar al reloj atómico. hizo que, de manera paulatina.

Todos los relojes modernos desde la invención del reloj mecánico, han sido construidos con el mismo principio del "tic tic tic". El reloj atómico está calibrado para contar 9,192,631,770 vibraciones del átomo de Cesio para luego hacer un "tic".

Tomado de: http://es.wikipedia.org/wiki/Tiempo

Este capítulo fue clave porque

- Diferencio los conceptos de magnitud y cantidad.
- Aprendí a :
    - Realizar conversiones entre medidas de longitud.
    - Realizar conversiones entre medidas de área.
- Realizar conversiones entre medidas de masa.
- Realizar conversiones entre medidas de tiempo.
- Solucionar problemas que requieren cálculos de longitud, área, masa o tiempo.

Conectémonos con Las Ciencias Naturales

Las medidas en las ciencias física y química

Para la física y la química, en su calidad de ciencias experimentales, la medida constituye una operación fundamental.

Las mediciones se realizan, se anotan se organizan, se grafican y se analizan para sacar conclusiones.

Sus descripciones del mundo físico se refieren a magnitudes o propiedades medibles.

Las unidades como cantidades de referencia a efectos de comparación, forman parte de los resultados de las medidas.

Cada dato experimental se acompaña de su error, o al menos, se escriben sus cifras de tal modo que reflejen la prececión de la correspondiente medida.

Repasemos lo visto

Como vimos al inicio de la unidad, nos preguntábamos: **¿Son importantes las mediciones?**

Y podemos concluir que las mediciones están continuamente involucradas en las actividades cotidianas de las personas por eso debemos tener en cuenta lo siguiente:

1. Para las construcciones geométricas es necesario utilizar instrumentos de dibujo: Lápiz, borrador, regla, escuadras, transportador y compás.
2. Las rectas paralelas nunca se tocan.
3. Las rectas perpendiculares tienen un punto en común, en donde se cortan o cruzan formando 4 ángulos rectos.
4. Las medidas de longitud son unidimensionales, en el sistema decimal van de 10 en 10 y se utilizan para medir el perímetro de una figura que es su contorno.
5. Las medidas de superficie son bidimensionales, en el sistema decimal van de 100 en 100 y se utilizan para medir el área de una figura.
6. Las medidas de masa van de 10 en 10 en el sistema decimal igual que las medidas de longitud.
7. Las medidas de tiempo no pertenecen al sistema decimal. Las horas, los minutos y los segundos van de 60 en 60.

Mundo rural

El reloj de sol

La medición del tiempo existe desde hace miles de años.

Se sabe que los hombres de Cromagnon utilizaban varas de madera empotradas en tierra y que, de acuerdo con la longitud de la sombra que proyectara el Sol al caer sobre ellas, podían saber qué hora del día era: si la sombra era igual a la longitud del bastón en la mañana, eran las 9:00 a.m. si esto sucedía en la tarde, eran las 3:00 p. m.

Los egipcios desarrollaron la geometría a partir de la necesidad de medir sus tierras después de que bajaban las inundaciones del Nilo. Los griegos la perfeccionaron y fue Euclides quien en el siglo III a.C. estableció los teoremas en su obra "Los Elementos".

De ellos heredamos el sistema sexagesimal, que divide una circunferencia en 360 grados.

Como el día tiene 24 horas y equivale a una revolución completa de la Tierra, entonces cada hora corresponde a un ángulo de 15 grados (360 /24 = 15), es decir, que el Sol recorre15 grados sobre el cielo cada hora.

Se cree que los Sumarios fueron los primeros en dividir el año en 12 unidades y el día, consistían en doce danna (cada danna duraría dos de nuestras horas), de 30 ges cada uno (cada ges duraría 4 minutos de los nuestros).

Los antiguos egipcios fueron los primeros en dividir el día en horas, a ellos les permitió orientar la pirámide Keops c. 2550 ad C. mediante referencias estelares.

Los Egipcios, alrededor de año 3500 a.d.C., alzaron obeliscos cuyas sombras indicaban el mediodía, y el día más largo y el más corto del año.

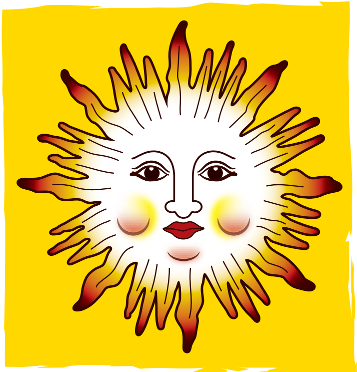
Posteriormente añadieron más marcas en la base del obelisco para dividir el día en más partes.

El hombre, con la ayuda de ciencia y la tecnología, cada vez inventa aparatos más sofisticados y precisos.

¿Crees que aún hoy se use algún tipo de reloj de sol en las zonas rurales?

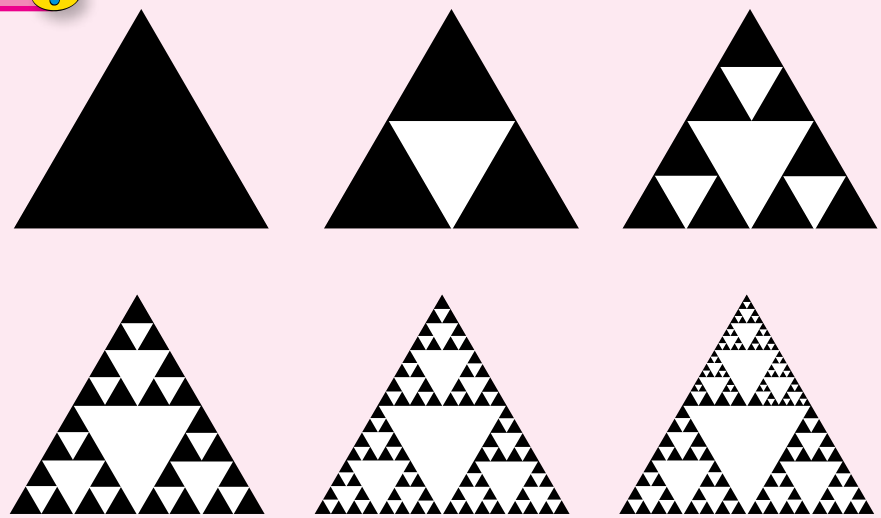
Comenta este artículos con tus compañeros y saquen algunas conclusiones.

Tomado de: http://www.planetariodebogota.gov.co/descargas/publicaciones/RELOJ%20DE%20SOL.pdf
http://www.estecha.com/relojes-solares-piedra.htm



Obelisco que los egipcios dividieron en varias partes para que les indicara la hora.

Dato curioso



El triángulo de Sierpiski

El triángulo de Sierpiski es un fractal que se puede construir a partir de cualquier triángulo.

Intenta (al menos en parte) realizarlo, siguiendo las instrucciones dadas a continuación:

Partamos de la superficie de un triángulo equilátero de lado una unidad, al que llamaremos iteración n = 0.

Seguidamente tomemos los puntos medios de cada lado y construyamos a partir de ellos un triángulo equilátero invertido de lado ½ , será la iteración n = 1. (Ver figuras abajo). Lo recortamos.

Ahora repetimos el proceso con cada uno de los tres triángulos, esquineros de lado 1/2 que nos quedan (iteración n=2). Así que recortamos, esta vez, tres triángulos invertidos de lado 1/4. Y así sucesivamente.

Si repetimos infinitamente el proceso obtendremos una figura fractal denominada triángulo de Sierpinski.

El triángulo de Sierpinski se puede descomponer en tres figuras congruentes. Cada una de ellas con exactamente la mitad de tamaño de la original. Si duplicamos el tamaño de una de las partes recuperamos el triángulo inicial.

En tu cuaderno y en compañía de un compañero, juga a completar.

Cuenta los triángulos así:

- Iteración 0 = 1 triángulo.
- Iteración 1 = 4 triángulos congruentes: 3 derechos + 1 invertido.
- Iteración 2 = 12 triángulos congruentes (9 derechos+3 invertidos)+ 1 de lado ½ de unidad.

Continúa:

- Iteración 3 =
- Iteración 4 =
- Iteración 5 =

Waclaw Sierpinski (1882-1969) fue un matemático polaco quien trabajó en teoría de números, teoría de conjuntos, geometría fractal y topología, famoso por la serie de fractales que llevan su nombre.

Tomado de: http://es.wikipedia.org/wiki/fractal

¿En qué vamos?

Coevaluación "Reflexiono y trabajo con mis compañeros":

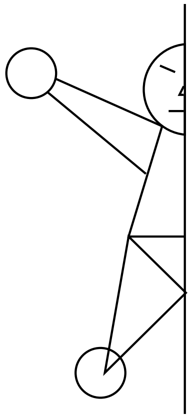
Realiza primero el trabajo, en tu cuaderno, de manera individual y después comparas tus procesos y respuestas con tus compañeros. Chequea y corrige si tienes errores.

1. Sigue los pasos para realizar la construcción siguiente:

    a. Haciendo centro en O y con radio OA, traza una circunferencia.
    b. Apoya la punta de acero en A y traza un arco que pase por O y que corte la circunferencia en dos puntos, que llamarás X y Y.
    c. Apoya la punta de acero en la intersección anterior y vuelve a trazar un arco que pase por O y corte la circunferencia en dos puntos, continúa los trazos en forma sucesiva.

    Qué figura formaste?, ¿cuántos pétalos tiene? Si los vértices de cada pétalo están sobre la circunferencia, los trazos son correctos.

2. Dibuja un cuadrado y encuentra la estrategia para trazar una circunferencia que pase por los vértices del cuadrado. Explica.
3. Copia o calca y completa el diseño que se te presenta a continuación.



4. Un carpintero quiere hacer un cajón y dispone de una hoja de triplex de 150 cm de ancho y 250 cm de largo.

    a. Dibuja a escala la tabla de triplex, de tal modo que 1cm de tu dibujo corresponda a 10 cm de la tabla.
    b. Calcula el perímetro de la tabla.
    c. Calcula el área de la tabla.
    d. Si para hacer el cajón necesita una tabla de rectangular de 60 cm por 40 cm, 2 tablas de 60 cm por 25 cm y 2 tablas de 40 cm por 25 cm, ¿Cuántos cm^2 de triplex gastó? ¿Cuánta tabla le quedó?
    e. Recorta de tu dibujo los pedazos y arma el cajón.

Le cuento a mi profesor

Conversa con tu profesor sobre cuánto aprendiste en esta unidad.

Qué sé hacer	Superior	Alto	Básico	Bajo
Construyo figuras según las condiciones dadas.	Construyo figuras utilizando instrumentos y aplicando con precisión las condiciones dadas.	Construyo figuras utilizando algunos instrumentos y aplicando con precisión las condiciones dadas.	Construyo figuras sin utilizar instrumentos pero aplicando las condiciones dadas.	Construyo figuras sin utilizar instrumentos y sin aplicar con precisión las condiciones dadas.
Encuentro los ejes de simetría de figuras dadas.	Encuentro los ejes de simetría de figuras dadas, con toda precisión.	Encuentro los ejes de simetría de algunas figuras dadas.	Encuentro los ejes de simetría de figuras dadas, sin mucha precisión.	No encuentro los ejes de simetría de figuras dadas.
Realizo conversiones entre unidades de área.	Realizo conversiones de múltiplos del m^2 a submúltiplos y viceversa, con toda precisión.	Realizo conversiones de múltiplos del m^2 a submúltiplos y viceversa, con alguna precisión.	Realizo algunas conversiones de múltiplos del m^2 a submúltiplos y viceversa.	No tengo precisión en las conversiones de múltiplos del m^2 a submúltiplos y viceversa.

Participo y aprendo

Lee el enunciado y señala con una x la categoría correspondiente, según lo que has aprendido.

Participo y aprendo	Siempre	Casi siempre	A veces	Nunca	¿Qué debo hacer para mejorar?
Me intereso por trabajar en clase.					
Comparto aclaraciones con mis compañeros.					
Presento mis dudas sobre algún tema a mi profesor.					
Respeto el espacio de mis compañeros.					
Soy solidario en el trabajo en grupo.					
Escucho los planteamientos de mis compañeros.					
Manifiesto gusto por el trabajo matemático.					
Repaso en casa lo visto en clase.					
Intervengo en clase.					
Aplaudo las buenas intervenciones en clase de mis compañeros.					