

CARTILLA NUEVE:
APRENDIZAJES EN
MATEMATICAS para grados
6 y 7

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL DE COLOMBIA

Equipo de integración de contenidos:

Mauricio Duque
Margarita Gómez
Carolina Laverde
Yvonne Chipatecua

Equipo de producción en matemáticas:

Margarita de Meza
Nivia Yela
Liliana Garrido
José Ricardo Arteaga

Equipo de producción en Lenguaje

Ángela Márquez de Arboleda
Violeta Vega
Martha Liliana Jiménez
Inés Cristina Torres

Equipo del Ministerio participante en la versión final

Mónica Lucía Suárez
Ángela Cubillos
Mauricio Niño
Ana Medina
Félix Antonio Gómez
James Valderrama
Jenny Blanco
Poliana Otálora
Jorge Castaño
Jairo Aníbal Rey

Este trabajo se desarrolló inicialmente en el marco del convenio 834 de 2015 entre el Ministerio de Educación Nacional de Colombia, la Universidad Nacional de Colombia, la Universidad de los Andes y la Universidad Externado de Colombia. 2015.

En esta versión se consolidan las observaciones y aportes realizados por los diferentes equipos del MEN.

INTRODUCCIÓN

Propósito del documento

En estas cartillas presentan un desarrollo por grados y unidades de los estándares nacionales de calidad en Colombia para lenguaje y matemáticas en un marco de *Diseño Curricular Inverso*, en el cual se busca centrar todo el desarrollo en la especificación de los aprendizajes en varias categorías, la evaluación del logro de estos aprendizajes y una posible trayectoria para lograrlos. Este trabajo no pretende responder integralmente a un currículo, pues ello implica, por ejemplo, asociar el material educativo a utilizar entre otros aspectos. Sin embargo representa un paso indispensable al presentar los aprendizajes de diferente tipo que deben lograr los estudiantes, facilitando la producción o selección de material educativo, la planeación detallada de actividades de aula y el fomento de prácticas efectivas de evaluación en las dos modalidades, tanto formativa como sumativa.

Claves para leer el documento

A continuación se describe brevemente la estructura del documento. Para detalles sobre el marco conceptual y los referentes pueden referirse a la **Cartilla Introductoria** de la colección. Para aspectos relacionados con la implementación en la Institución Educativa puede referirse a la **Cartilla de Implementación**.

Desde la perspectiva de Diseño Curricular Inverso se utilizó la metodología propuesta por Wiggins (2011)¹. Esta selección se sustenta en que dicha aproximación, reconoce las ventajas centrado en comprensiones y desempeños Stone (1998)² detalla de forma explícita los conocimientos (SABER) y habilidades (SABER HACER) que los estudiantes requieren para ser competentes. Para cada área se presentan los siguientes elementos:

- Una visión general para el grado.
- Los desempeños planteados en los estándares nacionales, las metas de transferencia y las grandes comprensiones que se deben lograr en el respectivo año.
- Se presenta igualmente una gráfica que ilustra la progresión entre años de las principales temáticas abordadas con el de fin de dar una idea sobre la progresión entre grados.
- Para cada unidad se detallan posteriormente las comprensiones esperadas con las preguntas esenciales, los conocimientos y las habilidades así como los desempeños con algunos ejemplos para facilitar el diseño o selección de actividades y la evaluación
- Se continúa con orientaciones didácticas
- Finalmente se anexan los derechos Básicos de Aprendizaje del respectivo grado, los cuales se encuentran integrados en el componente de los desempeños de la unidad respectiva.

¹ Wiggins, G., & McTighe, J. (2011). *Understanding by design. Guide to creating high-quality units*: ASCD.

² Stone, M., Boix, V., Buchovecky, E., Dempsey, R., Gardner, H., Hammerness, K., . . . Gray, D. (1998). *Teaching for understanding: linking research with practice*: Jossey-bass publishers.

La siguiente tabla resume la estructura de los componentes de la presentación para el año, así como la definición de los términos utilizados:

ESTÁNDARES NACIONALES DE LA DISCIPLINA
Se transcriben los desempeños indicados en los estándares que se asocian al grado. Es importante recordar que los estándares nacionales se presentan por ciclos, los cuales comprenden varios grados.
METAS DE TRANSFERENCIA
<i>Los estudiantes serán capaces de utilizar de forma autónoma su conocimiento para...</i>
Se indica lo que el estudiante debe ser capaz de hacer de forma autónoma con lo que ha aprendido. Son los grandes aprendizajes perdurables que usará en su vida, dentro y fuera de la escuela. Implica poder transferir lo que se aprende a un contexto escolar a otros contextos y por ello su evaluación en el ambiente escolar es limitada. Estas metas de transferencias orientan y ayudan a dar sentido al grado.
COMPRESIONES
<i>Los estudiantes comprenderán que ...</i>
Presenta, en el nivel de formulación esperado, las comprensiones que debe lograr el estudiante al final de cada año escolar. Usualmente se refieren a grandes ideas y conexiones que el estudiante debe construir por sí mismo, e invitan al estudiante a reflexionar, hacer conexiones y generalizaciones. No se debe caer en la tentación de enseñar estos enunciados de forma memorística sino con la intención de ayudar a los estudiantes a construir comprensiones profundas mediante la utilización de las <i>preguntas esenciales</i>

Para cada unidad se presenta una tabla como la que se indica a continuación como encabezado del período:

COMPRESIONES	PREGUNTAS ESENCIALES
<i>Los estudiantes entenderán que ...</i>	
En este componente se describirán las comprensiones que se trabajan en la unidad respectiva	En este componente se plantea un conjunto de preguntas esenciales que pueden guiar al estudiante en su indagación y en lograr las comprensiones que se buscan.
CONOCIMIENTOS	HABILIDADES
<i>Los estudiantes sabrán ...</i>	<i>Los estudiantes serán hábiles ...</i>
En este componente se hace referencia al SABER de la competencia, a los <i>conocimientos</i> que el estudiante debe recordar como datos, conceptos, definiciones, valores y todo aquello que se debe recordar y que no queda incluido en una habilidad de forma explícita. Si bien este componente involucra la memoria, no implica que el estudiante deba aprenderlo en un ejercicio de memorización descontextualizado, sino en el marco del uso continuo de estos conocimientos en contextos genuinos.	En este componente se hace referencia al SABER HACER , a habilidades y a procedimientos que los estudiantes deben poder utilizar de forma eficaz y flexible.
Con este componente se busca resolver una inquietud recurrente de los docentes en relación a lo que el estudiante debe SABER y no se encuentra explícito en los estándares nacionales, lo cual lleva a menudo a programas sobrecargados o pobres en conocimientos esenciales.	Nuevamente no se trata de promover ejercicios mecánicos sin contexto claro, sino actividades genuinas y significativas que lleven al estudiante a ejercitar y lograr estas habilidades y procedimientos una y otra vez, no sólo para que no las olvide, sino para que las despliegue de forma eficaz, automática y sin gran esfuerzo cognitivo para poderse dedicar a procesos de pensamiento más complejos.
	A diferencia de la categoría conocimiento que implica recordar, en esta categoría implica HACER y se evalúa en el marco de una tarea que permite observar la habilidad.

Esta tabla es seguida de las evidencias de aprendizaje, ejemplos de tareas y algunas orientaciones didácticas.

PROGRESIONES SECUNDARIA

Pensamientos	Grados	6	7	8	9	10	11
Numérico	Números significados y usos	Negativos Fracciones y decimales. Los usos comparativos en la recta. Negativos: significado, representación y comparación. Definición.	Enteros y Racionales Compara, ordena y representa en la recta enteros y racionales.	Racionales Utiliza diferentes números según el contexto.	Racionales Conoce el significado y usa. Representa números muy grandes y muy pequeños usando notación científica.	Reales Reconoce que en todo número racional hay que añadir el 0 en la parte decimal. Reconoce la relación entre los números y los puntos de la recta. Es consciente de la necesidad de nuevos números para dar solución a diferentes tipos de ecuaciones.	Irracionales/Complejos Representa en la recta números racionales e irracionales. Comprende algunas diferencias entre ellos. Comprende la relación entre los diferentes sistemas numéricos: \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{Q} , \mathbb{R} y \mathbb{C} . Comprende el significado de la notación de los complejos. Comprende la notación y representación de vectores en el plano.
	Operaciones	Aproxima al múltiplo de 10 más cercano, redondea. Cálculos mentales. Suma, resta, multiplicación y división de números naturales y decimales positivos y fracciones.	Realiza operaciones con negativos. Halla factores y múltiplos comunes. Primos. Halla el Máximo Común Divisor y el Mínimo Común Multiplo.	Calcula y usa operaciones entre racionales.	Comprende y usa exponentes racionales, raíces y logaritmos. Relaciona logaritmos con exponentes.	Reconoce las relaciones entre las diferentes operaciones entre reales y algunas de sus propiedades.	Realiza operaciones entre complejos y entre vectores en el plano.
Geométrico	Forma	Paralelismo y perpendicularidad. Clasifica cuadriláteros. Compara y clasifica triángulos. Visualiza, construye y dibuja objetos de vistas y moldes. Representa en 2D objetos 3D. Halla áreas de triángulos, paralelogramos. Halla la longitud de la circunferencia y la de un círculo usando π .	Nombra y traza ángulos. Calcula áreas de figuras planas, descomponiendo en figuras conocidas. Construye triángulos y polígonos.	Define y usa la congruencia y semejanza de triángulos. Generaliza en figuras semejantes. Define la congruencia y semejanza en términos de transformaciones geométricas. Analiza características de prismas y cilindros.	Analiza características de pirámides, cilindros, conos y esferas. Visualiza y dibuja objetos de vistas y moldes.	Usa coordenadas cartesianas para analizar relaciones geométricas.	Repasa las nociones básicas de la geometría. Introduce la geometría en el espacio. Estudia las tónicas y lugares geométricos.
	Posición	COORDENADAS CARTESIANAS	Plano cartesiano. Sitúa puntos y halla coordenadas de un punto.	Trabaja con transformaciones geométricas usando coordenadas. Homotecias, teselaciones.	Usa la geometría cartesiana para analizar gráficas de funciones y familias de funciones.	Usa coordenadas polares y las relaciones con las cartesianas. Justifica relaciones algebraicas usando argumentos geométricos.	Introduce coordenadas en tres dimensiones.
	Teoremas	Justifica intuitivamente el teorema de Tales del triángulo subtendido por un diámetro.	Teoremas de ángulos en la corte de los rectos y ángulos entre paralelas cortadas por secante. Comprende y usa las transformaciones geométricas y simetría.	Teoremas de congruencia y semejanza. Construcciones con regla y compás. Teorema de Pitágoras y teorema de Tales de semejanza.	Demuestra teoremas geométricos usando geometría analítica.	Traza figuras con regla y compás. Conoce los Elementos de Euclides. Sustenta relaciones geométricas con argumentos algebraicos y viceversa.	Comprende las definiciones fundamentales y sigue la demostración de teoremas de geometría euclidiana. Usa argumentos de geometría analítica para justificar relaciones geométricas algebraicas.
Métrico	Medidas	Estima y redondea. Convierte unidades de volumen, capacidad, temperatura, usando notación decimal.	Calcula áreas de figuras planas. Agranda y reduce dibujos. Escalas.	Determina el área exterior y volumen de prismas y cilindros.	Pasa de una unidad de medida a otras. Reconoce relaciones entre unidades determinadas por la razón entre dos cantidades como velocidad y densidad.	Calcula áreas usando aproximaciones sucesivas. Mide ángulos en radianes. Mide longitud de arco de áreas de sectores circulares.	Comprende cómo medir atributos usando razones e índices.
Variacional	Expresiones Algebraicas	Escribe, traduce expresiones. Determina el valor de los valores variables. Determina expresiones equivalentes. Reconoce variables dependientes e independientes. Resuelve y plantea ecuaciones sencillas. Representa relaciones entre cantidades. Usa fórmulas sencillas.	Simplifica expresiones algebraicas. Escribe, lee, comprende y usa diferentes símbolos de la recta. Plantea y resuelve ecuaciones lineales.	Interpreta y usa expresiones algebraicas. Realiza operaciones con expresiones algebraicas. Factoriza. Reconoce algunas identidades y usa.	Determina relaciones entre variables en una función. Trabaja con intervalos y valor absoluto de manera algebraica y geométrica.	Usa propiedades y operaciones de expresiones algebraicas. Comprende las diferencias entre variables y parámetros en familias de funciones. Funciones trigonométricas y π .	Usa expresiones algebraicas para escribir, leer e interpretar relaciones entre variables.
	Patrones y Funciones	Identifica patrones. Halla el término en una sucesión.	Identifica el patrón y el término en una sucesión.	Funciones: definición intuitiva. Representación de la variación entre variables. Halla recta por dos puntos, pendiente, cortes, familia de rectas.	Concepto de función. Rectas en general, paralelas y perpendiculares. Funciones finas y lineales. Familia de rectas, ecuaciones lineales, sistemas de ecuaciones lineales y desigualdades. Funciones cuadráticas, parábolas y ecuaciones cuadráticas. Función exponencial. Razones trigonométricas.	Comprende qué es un polinomio y realiza operaciones entre polinomios. Analiza y representa expresiones algebraicas, gráficas en el plano cartesiano, en forma verbal de tablas, funciones polinomiales, logarítmicas y funciones trigonométricas.	Representa y usa funciones racionales, asíntotas, funciones trozos, función valor absoluto. Realiza operaciones entre funciones. Define la derivada como pendiente tangente y como medida del cambio. Calcula la derivada de funciones polinomiales. Como contenido opcional: funciones trigonométricas inversas, derivadas, uso de derivadas para calcular con máximos y mínimos.
	Razones y Proporciones	Usa distintos términos para indicar razones equivalentes. Representa razones y proporciones en tablas, gráficas y diagramas. Compara razones. Halla la base unitaria. Relaciona razones y porcentajes.	Identifica y representa relaciones inversas directamente proporcionales. Usa representaciones en ecuaciones, tablas, gráficas y diagramas. Halla constante de proporcionalidad. Relaciona razones, porcentajes y fracciones.	Analiza velocidad, el cambio en distancia y tiempo. Representa de diferentes maneras relaciones porcentajes, fracciones, razones.	Relaciona proporciones y funciones lineales. Relaciona la constante de proporcionalidad con la pendiente.	Compara y mide atributos usando razones e índices.	Compara y mide atributos usando razones e índices.
Aleatorio	Datos	Construye y usa diagramas circulares. Hace inferencias a partir de tablas y gráficas. Formula preguntas acerca de las relaciones entre los datos.	Escoge la representación gráfica más pertinente. Reconoce la importancia de escoger la muestra.	Interpreta y construye tablas de frecuencias, histogramas. Usa medidas estadísticas para describir e interpretar datos. Usa e interpreta diagramas de dispersión.	Reconoce variables aleatorias, cualitativas y cuantitativas. Compara conjuntos de datos usando medidas de tendencia central.	Reconoce la importancia de la muestra. Usa medidas de tendencia central para sacar conclusiones. Formula preguntas y diseña experimentos para responderlas.	Representa e interpreta datos usando variables cualitativas y cuantitativas. Reconoce la importancia de la muestra.
	Probabilidad	Usa argumentos frecuentistas para calcular probabilidades y tomar decisiones.	Estima la probabilidad de un experimento.	Determina probabilidades con argumentos frecuentistas. Reconoce eventos seguros e improbables.	Determina probabilidades con argumentos frecuentistas. Identifica eventos independientes y eventos excluyentes.	Usa la probabilidad condicional. Muestra situaciones en diagramas de árbol y venn.	Usa la probabilidad condicional y las reglas de probabilidad. Trabaja con eventos independientes y eventos compuestos.

GRADO SEXTO

Visión general del grado

Los grados sexto y séptimo corresponden a un período de transición muy importante, no sólo por los conocimientos matemáticos que allí se desarrollan sino por la transición de niños a adolescentes que están viviendo los alumnos en ese momento. El currículo se debe adecuar a los cambios en el desarrollo biológico, afectivo e intelectual, entre muchos otros, que están sucediendo.

Desde el punto de vista del currículo de matemáticas, los grados sexto y séptimo son un momento de paso entre dos maneras de ver y hacer matemáticas y es muy importante que tanto el maestro como el niño sean conscientes de esos cambios, que gradualmente, y apoyados en las matemáticas de la primaria, lo van a conducir a las matemáticas posteriores. Esos cambios son:

Paso de lo discreto a lo continuo. En las matemáticas de primaria se construyó la comprensión de los números naturales que le permiten al niño contar, comparar y ordenar objetos discretos. Cuantificar situaciones discretas que requieren de números cada vez más grandes y se representan con puntos aislados en una recta. La geometría se ha centrado en el estudio de formas particulares y en dar elementos para describir la forma y posición con respecto al entorno.

Al finalizar la primaria, pero especialmente en los grados sexto y séptimo, se introducen las fracciones, los decimales y los números negativos que acercan a la posibilidad de describir y cuantificar situaciones continuas. Ya no son puntos aislados en la recta, ya son suficientes para encontrar alguno muy cerca de cualquier punto de la recta. Esto provee de nuevas herramientas totalmente diferentes para visualizar y modelar situaciones. Pero la manera como se representan esos nuevos números y la manera como se definen las operaciones entre ellos, no solo es consistente con lo hecho antes para los naturales, sino que es una extensión “natural” de eso. De ahí la necesidad de que los fundamentos anteriores estén muy sólidos.

Paso de lo estático a lo dinámico. Las matemáticas de los números naturales y sus operaciones y de la geometría de las figuras planas ofrecen herramientas muy importantes y poderosas para describir el mundo con imágenes estáticas. Retratos de un momento particular de la realidad. En sexto y séptimo se inicia un movimiento hacia la descripción del cambio, que parte principalmente del desarrollo del concepto de razón y proporción. La noción de proporcionalidad, que es tal vez el concepto más importante de estos dos años, permite cuantificar cómo cambia una cantidad cuando cambia otra: decir que un vehículo se desplaza a 40km/h es decir que el número de kilómetros que recorre aumenta en 40 por cada hora de viaje, y se puede comparar con la manera cómo cambia la relación km/h de otro vehículo que se desplaza a 60km/h. A partir de ahí se desarrollará la noción de función, que será fundamental en el estudio de las matemáticas posteriores. La noción de función, que es un concepto relativamente joven en la historia de las matemáticas (siglo XVII, Descartes, Newton, Leibniz, Euler) le dio un impulso a las matemáticas y las ciencias y es la noción más importante para el modelaje y la aplicación de las matemáticas a todas las disciplinas. La introducción en sexto y séptimo del plano cartesiano (en honor a Descartes) y con él, de la geometría analítica, brindarán nuevas herramientas para representar y visualizar esas situaciones cambiantes modeladas por funciones.

Paso de lo concreto a lo abstracto. Las matemáticas de la primaria tienen una relación directa con el contexto que rodea al alumno. Se cuentan o miden objetos o situaciones y se describen formas de objetos. Pero en sexto y séptimo se va introduciendo cada vez con más fuerza el uso de expresiones algebraicas, que en un principio representan números pero que van cobrando vida por sí mismas hasta convertirse en objetos que se pueden manipular y con los cuales se pueden hacer operaciones. Esta revolución de los símbolos, que tuvo lugar en la Europa del siglo XVII, en buena parte gracias a los árabes y los hindúes, marcó también una de las revoluciones más importantes en el desarrollo de la ciencia, al aportar un nuevo lenguaje para representar situaciones complejas. Este es el paso inicial hacia las matemáticas posteriores centradas en buena parte en manipular símbolos. El manejo de expresiones algebraicas es una condición indispensable para hacer matemáticas hoy y su introducción depende de nuevo de una buena fundamentación aritmética adquirida en la primaria. Con respecto a la geometría, en sexto y séptimo se empiezan a introducir los teoremas más importantes de esta rama de las matemáticas como el que dice que la suma de los ángulos de un triángulo es 180° , el Teorema de Pitágoras o el Teorema de Tales sobre triángulos semejantes, entre otros. Los niños ya están en un momento de su desarrollo intelectual que les

permite comprender y seguir razonamientos abstractos como los que están detrás de las pruebas de estos teoremas. La geometría que viene se centrará en analizar relaciones, describir movimientos y fundamentar construcciones.

Paso de lo finito a lo infinito. La relación de las matemáticas de la primaria con el contexto, con lo concreto, lleva a mantenerse en el terreno de lo finito, lo que se puede contar con números así sean grandes. En sexto el joven tiene a su haber la posibilidad de representar números tan grandes o tan pequeños como quiera; dado un número muy grande, puede escribir otros mucho más grandes, o dado un número muy pequeño, por ejemplo, entre cero y uno, puede encontrar otros mucho más pequeños. Esto lo debe llevar a plantearse preguntas como: ¿Cuántos números hay entre cero y uno? ¿Cuál es el número más grande? o ¿Cuál es el más chiquito? Problemas muy profundos que serán abordados posteriormente. La idea de infinito una de las más importantes, poderosas, complejas y retadoras de las matemáticas, empieza a emerger en estos grados.

Paso de lo determinístico a lo aleatorio. En el área de manejo de datos se inicia en sexto y séptimo el estudio de la probabilidad, área de las matemáticas que se introdujo en los siglos XVII y XVIII y que revolucionó, igual que otras de las mencionadas antes, la concepción y el desarrollo de la ciencia. En particular, la estadística y la probabilidad ofrecen herramientas muy fuertes para describir y predecir en las ciencias sociales. Las ideas que se introducen en sexto y séptimo permiten cuantificar, describir, representar y tomar decisiones en situaciones en las cuales no se puede asegurar que algo va a suceder de manera determinista.

Estos grandes e importantes cambios hacen que las matemáticas de sexto y séptimo sean particularmente importantes y retadoras en la construcción de las ideas matemáticas escolares.

Aprendizajes para el grado

ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS EN EN MATEMÁTICAS GRADO 6 Y 7

PENSAMIENTO NUMÉRICO Y SISTEMAS NUMÉRICOS

- Resuelvo y formulo problemas en contextos de medidas relativas y de variaciones en las medidas.
- Utilizo números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida.
- Justifico la extensión de la representación polinomial decimal usual de los números naturales a la representación decimal usual de los números racionales, utilizando las propiedades del sistema de numeración decimal.
- Reconozco y generalizo propiedades de las relaciones entre números racionales (simétrica, transitiva, etc.) y de las operaciones entre ellos (conmutativa, asociativa, etc.) en diferentes contextos.
- Resuelvo y formulo problemas utilizando propiedades básicas de la teoría de números, como las de la igualdad, las de las distintas formas de la desigualdad y las de la adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación.
- Justifico procedimientos aritméticos utilizando las relaciones y propiedades de las operaciones.
- Formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos.
- Resuelvo y formulo problemas cuya solución requiere de la potenciación o radicación.
- Justifico el uso de representaciones y procedimientos en situaciones de proporcionalidad directa e inversa.
- Justifico la pertinencia de un cálculo exacto o aproximado en la solución de un problema y lo razonable o no de las respuestas obtenidas.
- Establezco conjeturas sobre propiedades y relaciones de los números, utilizando calculadoras o computadores.
- Justifico la elección de métodos e instrumentos de cálculo en la resolución de problemas.
- Reconozco argumentos combinatorios como herramienta para interpretación de situaciones diversas de conteo.

PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS

- Represento objetos tridimensionales desde diferentes posiciones y vistas.
- Identifico y describo figuras y cuerpos generados por cortes rectos y transversales de objetos tridimensionales.
- Clasifico polígonos en relación con sus propiedades.
- Predigo y comparo los resultados de aplicar transformaciones rígidas (traslaciones, rotaciones, reflexiones) y homotecias (ampliaciones y reducciones) sobre figuras bidimensionales en situaciones matemáticas y en el arte.
- Resuelvo y formulo problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanza y congruencia usando representaciones visuales.
- Resuelvo y formulo problemas usando modelos geométricos.
- Identifico características de localización de objetos en sistemas de representación cartesiana y geográfica

PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS

- Utilizo técnicas y herramientas para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas.
- Resuelvo y formulo problemas que involucren factores escalares (diseño de maquetas, mapas).
- Calculo áreas y volúmenes a través de composición y descomposición de figuras y cuerpos.
- Identifico relaciones entre distintas unidades utilizadas para medir cantidades de la misma magnitud.
- Resuelvo y formulo problemas que requieren técnicas de estimación.

PENSAMIENTO ALEATORIO Y SISTEMAS DE DATOS

- Describo y represento situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas).
- Reconozco el conjunto de valores de cada una de las cantidades variables ligadas entre sí en situaciones concretas de cambio (variación).
- Analizo las propiedades de correlación positiva y negativa entre variables, de variación lineal o de proporcionalidad directa y de proporcionalidad inversa en contextos aritméticos y geométricos.
- Utilizo métodos informales (ensayo y error, complementación) en la solución de ecuaciones.

- Identifico las características de las diversas gráficas cartesianas (de puntos, continuas, formadas por segmentos, etc.) en relación con la situación que representan.

PENSAMIENTO VARIACIONAL Y SISTEMAS ALGEBRAICOS Y ANALÍTICOS

- Clasifico y organizo datos de acuerdo a cualidades y atributos y los presento en tablas.
- Interpreto cualitativamente datos referidos a situaciones del entorno escolar.
- Describo situaciones o eventos a partir de un conjunto de datos.
- Represento datos relativos a mi entorno usando objetos concretos, pictogramas y diagramas de barras.
- Identifico regularidades y tendencias en un conjunto de datos.
- Explico –desde mi experiencia– la posibilidad o imposibilidad de ocurrencia de eventos cotidianos.
- Predigo si la posibilidad de ocurrencia de un evento es mayor que la de otro.
- Resuelvo y formulo preguntas que requieran para su solución coleccionar y analizar datos del entorno próximo.

METAS DE TRANSFERENCIAS

Los estudiantes serán capaces de utilizar autónomamente sus aprendizajes para ...

- Realizar con precisión y fluidez operaciones con fracciones y decimales.
- Redondear, aproximar, estimar y juzgar la validez del resultado, al realizar operaciones entre fracciones o decimales.
- Trazar un par de ejes, situar puntos en el primer cuadrante y usar esa representación para resolver problemas.
- Determinar razones y relaciones de proporcionalidad entre cantidades discretas y representarlas en tablas y gráficas de puntos.
- Visualizar formas y objetos en tres dimensiones a partir de la representación en dos dimensiones.
- Calcular el área y el volumen de cajas y el área de un círculo y la longitud de la circunferencia.
- Leer comprensivamente expresiones algebraicas (sencillas) ligadas a un contexto particular y usar letras para representar cantidades.
- Representar datos en diagramas de barras, de barras dobles, de torta o de línea y hacer inferencias acerca de los datos y de las diferencias entre conjuntos de datos.
- Usar medidas estadísticas como promedio, mediana, moda y rango, para describir, resumir y comparar información de conjuntos de datos.

Aprendizajes en pensamiento numérico y sistemas numéricos

COMPRESIONES	PREGUNTAS ESENCIALES
<p><i>Los estudiantes comprenderán que...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • La escritura decimal de posición se extiende a los números decimales y facilita la escritura, comparación y realización de operaciones entre ellos. • Los números decimales permiten acercarse a una representación continua de la realidad. • Las razones y proporciones determinan relaciones entre cantidades; ligan la aritmética y la geometría y se aplican en medición, en escalas, en definir la forma, en porcentajes, así como en comparar y medir el cambio. 	<p><i>Los estudiantes guiarán la comprensión en torno a las siguientes preguntas...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cómo se pueden interpretar las operaciones entre fracciones? • ¿Cómo se puede escribir en forma decimal una fracción y cómo se puede escribir un decimal como fracción? • ¿cuándo es conveniente estimar un resultado, cuándo es conveniente aproximarlo y cuándo es necesario hacer un cálculo exacto
CONOCIMIENTOS	HABILIDADES
<p><i>Los estudiantes sabrán.... (C)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Operaciones entre fracciones. División entre dos fracciones • Decimales. Representación, comparación y operaciones • Números negativos. Significado, representación y comparación • Estimación, aproximación y redondeo. 	<p><i>Los estudiantes tendrán habilidad para.... (H)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Realizar con exactitud y fluidez operaciones entre fracciones y usarlas para modelar diferentes situaciones. • Dividir una fracción por otra fracción e interpretar el algoritmo en términos de situaciones cotidianas. • Relacionar fracciones y decimales. • Representar, comparar y ordenar decimales. • Realizar con exactitud y fluidez operaciones de suma, resta, multiplicación y división entre números decimales y utilizarlos para cuantificar situaciones y resolver problemas. • Representar, comparar y ordenar números negativos y usarlos en distintos contextos. • Realizar estimaciones y cálculos aproximados e identificar cuándo se requiere un cálculo exacto y cuándo aproximado según el contexto. Indicar qué tan razonable es un resultado. • Justificar intuitivamente los algoritmos y procedimientos que usa. • Buscar patrones y regularidades que le permitan identificar características comunes en situaciones numéricas. • Resolver problemas utilizando números racionales, sus representaciones y sus operaciones

1. Fracciones

División de fracciones

1.1. Divide un natural por una fracción

Ejemplo: $5 \div \frac{1}{3}$ Pregunta: ¿cuántas veces cabe $\frac{1}{3}$ en 5? o, ¿cuál es el número que multiplicado por $\frac{1}{3}$ da 5: $?\times \frac{1}{3} = 5$

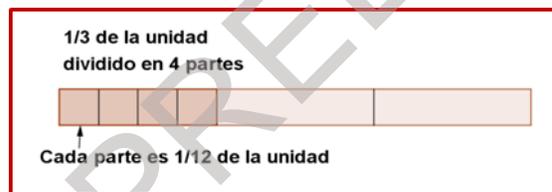
En una unidad hay 3 pedazos de $\frac{1}{3}$ cada uno, luego en 5 unidades hay 5×3 pedazos de longitud $\frac{1}{3}$, es decir, $\frac{1}{3}$ cabe 15 veces en 5 unidades. $5 \div \frac{1}{3} = 5 \times 3 = 15$. Además, $15 \times \frac{1}{3} = 15 \div 3 = 5$.



1.2. Divide una fracción entre un número natural.

Ejemplo: $\frac{1}{3} \div 4$. Pregunta:

Si la unidad se divide en tercios y uno de esos tercios se divide en cuatro partes entonces cada parte es $\frac{1}{(3 \times 4)} = \frac{1}{12}$ de la unidad, es decir $\frac{1}{3} \div 4 = \frac{1}{3 \times 4}$



1.3. Divide una fracción por una fracción

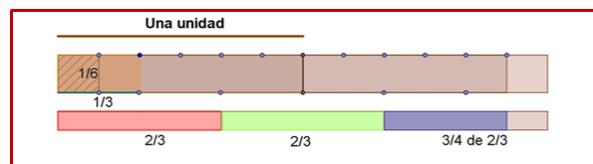
Ejemplo 1: $\frac{3}{4} \div \frac{1}{8} = (\frac{3 \times 8}{4}) \div 1 = 6$. Porque: $\frac{1}{4} \div \frac{1}{8} = 2$, en cada cuarto caben 2 octavos; luego $\frac{1}{8}$ cabe 6 veces en $\frac{3}{4}$



Ejemplo 2: $\frac{1}{2} \div \frac{2}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{4}$.

Como $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$, entonces: $\frac{1}{2} \div \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$

Ejemplo 3: $\frac{11}{6} \div \frac{2}{3} = \frac{11 \times 3}{6 \times 2} = \frac{11}{4} = 2 \frac{3}{4}$



1.4. Propone y resuelve problemas que utilicen fracciones y operaciones con fracciones.

Ejemplo: Inventa problemas (uno para cada caso) que requieran el cálculo de las siguientes operaciones. Resuelve el problema e ilustra el proceso con una gráfica: $3 \times (\frac{2}{7})$; $(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}) \times 10$; $(\frac{5}{8}) \times (\frac{1}{2} - \frac{1}{3})$;

$$(2/3) \div 5 ; 4 \div 1/3 ; (3/5) \div (3/4) ; (2/3 + 1/2) / (3/4)$$

Representa fracciones en forma decimal

1.5. Usa el valor posicional para leer y escribir números decimales

Ejemplo: Descompone el número 203,5014 como: $2 \times 100 + 3 \times 10 + 5 \times 1/10 + 1 \times 1/1000 + 4 \times 1/10\ 000$

1.6. Escribe fracciones cuyo denominador es una potencia de diez en forma decimal y viceversa.

Ejemplo: Escribe $23/10\ 000$ en forma decimal: $23/10\ 000 = 0,0023$ y escribe $0,102$ en forma de fracción: $0,102 = 1/1000$.

1.7. Escribe una fracción cualquiera en forma decimal, dividiendo el numerador por el denominador. Muestra que hay veces en que en la parte decimal hay un número que se repite periódicamente y a veces termina en ceros. Usa una barra para indicar el período o parte del decimal que se repite. Muestra que, en un número decimal, agregar ceros a la derecha no altera el valor del número.

Ejemplo 1: Escribe en forma decimal las fracciones: $1/4 = 0,25\ 000\dots = 0,25$; $2/3 = 0,(6\overline{6})$; $24/11 = 2,1818(\overline{18}) \dots$

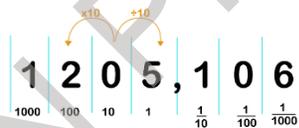
Ejemplo 2: $12,27 = 12,270 = 12,270000\dots$

2. Escribe, representa y realiza operaciones con decimales

2.1. Lee y escribe los decimales siguiendo el mismo principio de escritura de posición en base diez que utiliza con los números naturales: cada sitio es diez veces mayor que el sitio inmediatamente a la derecha y diez veces menor que el sitio inmediatamente a la izquierda. Usa la coma para separar la parte entera de la parte decimal.

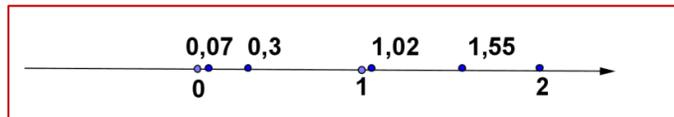
Ejemplo 1: Lee el número 5340,203 y muestra que $5340,203 = (5 \times 1000) + (3 \times 100) + (4 \times 10) + (0 \times 1) + (2 \times 1/10) + (0 \times 1/100) + (3 \times 1/1000)$

Ejemplo 2: Representa en un diagrama la descomposición del número 1205,106 utilizando el sistema de posición decimal.



2.2. Sitúa números decimales en la recta numérica.

Ejemplo 1: Sitúa en la recta numérica los números 0,3; 1,55; 0,07; 1,02



Ejemplo 2: Indica aproximadamente qué número decimal representa cada punto: A: 0,25; C: 1,3



2.3. Compara y ordena números decimales usando el mismo principio que usa para enteros: coloca uno sobre el otro, de tal manera que las comas queden alineadas. Luego compara dígito por dígito.

Ejemplo 1: Ordena los siguientes números de mayor a menor: 3452,235; 999,999; 546,8; 546,83; 3462,235. Ejemplo 2: En los primeros minutos de la clase juegan a encontrar "el número menor". El maestro dice un número entre cero y uno, 0,5; pregunta a un alumno que debe decir uno menor, 0,3 por ejemplo, el siguiente debe decir uno menor que 0,3 y así sucesivamente. Pierde el alumno que dice uno

mayor que el anterior o no encuentra uno menor. También pueden jugar a encontrar “el número mayor”.

2.4. Efectúa sumas, restas y multiplicaciones entre decimales.

Nota: al sumar o restar dos decimales debe colocarlos uno sobre otro, de tal manera que las comas coincidan. Puede igualar el número de cifras decimales poniendo ceros.

Ejemplo: En 100cm^3 de aire hay aproximadamente $20,95\text{cm}^3$ de oxígeno y $0,032\text{cm}^3$ de gas carbónico. ¿Cuánto suman el oxígeno y el gas carbónico? ¿Qué porcentaje de un litro de aire está formado por oxígeno y gas carbónico? Si en un libro dice que el oxígeno ocupa aproximadamente una quinta parte del aire que respiramos, ¿qué tan cierta es esa información? Averigua cuál es la componente principal del aire e indica qué parte del aire que respiramos está constituido por ella.

2.5. Extiende el algoritmo de la división entre naturales a la división entre decimales, teniendo cuidado con el sitio donde pone la coma.

Ejemplo1: Divide $8 \div 0,02 = 8 \div \frac{2}{100} = (8 \times 100) \div 2 = 800 \div 2 = 400$. Esta operación se puede interpretar así: si se parten 8 unidades en porciones de dos centésimas, ¿cuántas porciones salen? Como en cada unidad hay 50 porciones de 0,02, en las 8 unidades habrá $8 \times 50 = 400$ porciones. Otra manera de hacerlo es usando que $8 \div 0,02 = 800 \div 2 = 400$. Se multiplicaron el dividendo y el divisor por la misma cantidad (100 en este caso) y ahora el divisor es un entero.
Ejemplo2: Divide dos decimales: $24,128 \div 5,32$. Lo más fácil es multiplicar el dividendo y el divisor por la misma potencia de diez (en este caso 1000) de tal manera que no haya decimales en ninguno de los dos: $24,128 \div 5,32 = 24128 \div 5320$ y se procede como una división entre naturales. Como en el caso de fracciones, al dividir por un número menor que uno se obtiene un cociente que es mayor que el dividendo.

2.6. Utiliza operaciones entre decimales: suma, resta, multiplicación, división y potencias para modelar situaciones y resolver problemas.

Ejemplo: Propone un problema donde necesite usar: $7(12,5 \div 0,02)$ y $(4 - 3,5)^2$.

3. Números negativos: escritura, representación y significado.

Comprende, lee, escribe, compara y representa números negativos.

3.1. Lee, escribe y usa los números negativos para modelar diferentes situaciones y los sitúa en la recta numérica. Explica el significado del cero en cada caso

Ejemplo 1: Usa números negativos para expresar diferentes situaciones: 12,5m bajo el nivel del mar: -12,5m, el cero indica la altura de un objeto al nivel del mar.

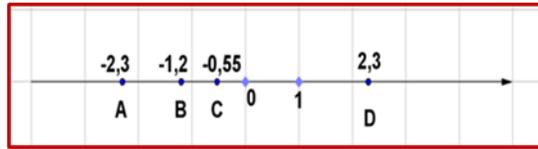
El tercer sótano de un edificio: -3. En este caso, en Colombia, el piso a ras de tierra se suele denotar como el primero y no como el piso cero.

La temperatura es de 12° bajo cero -12° , el cero indica una temperatura de cero grados. Ejemplo 2: Carlos tiene \$2 000 000 pero le debe \$5 000 000 al banco. Finanzas de Carlos: Tiene \$2 000 000 y -\$5 000 000 que debe al banco. El cero significaría que Carlos ni debe ni tiene nada, pero en este caso “tiene” -\$3 000 000, que es lo que le quedaría debiendo al banco, si le pagara los \$2 000 000 que tiene.

3.2. Representa en la recta numérica los números negativos como puntos a la izquierda de cero.

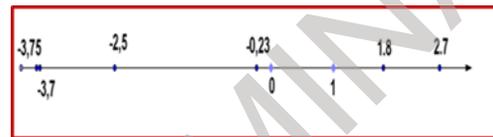
Ejemplo: Representa en la recta numérica los números: A: -2,3; B: -1,2, C: -0,55, D: 2,3. Observa que 2,3 y -2,3 son simétricos con respecto al cero; 2,3 está situado a una

distancia de 2,3 unidades a la derecha del cero y -2,3 está situado a la misma distancia, pero a la izquierda del cero.



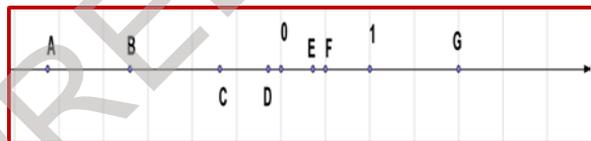
3.3. Compara números positivos y negativos y los representa en la recta real. Ordena conjuntos de números positivos y negativos. Indica cuál es el mayor y cuál el menor.

Ejemplo: Compara y ordena los números: 2,7; -3,7; -0,23; -2,5; -3,75; 1,8. El menor es -3,75 y el mayor 2,7. Muestra que el número $-3,75 < -3,7$ ya que está a una distancia mayor (hacia la izquierda) del cero.



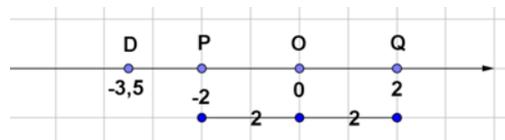
3.4. Dados varios puntos en la recta real, indica a qué números corresponden aproximadamente.

Ejemplo: A qué números corresponden los puntos: A, B, C, D, E, F y G.



3.5. Define el valor absoluto de un número como la distancia entre el punto correspondiente y el punto cero. Escribe el valor absoluto de n como $|n|$. La distancia entre dos puntos o entre un punto y el cero siempre es un número positivo

Ejemplo1: Si P es el punto correspondiente a -2, $|-2| = 2$ ya que P está a dos unidades (a la izquierda) de 2. El valor absoluto de 2, $|2|$ también es igual a 2, por la misma razón. La distancia de Q al cero también es 2. Ejemplo 2: Si D: -3,5 la distancia de D al cero es $|-3,5| = 3,5$. Indica cuál otro punto está a la misma



distancia del cero.

4. Aproxima, estima y redondea.

4.1. Utilizando los conocimientos sobre la escritura de posición redondea números al múltiplo de la potencia de 10 más cercano.

Ejemplo 1: Redondea el número 53 817 al múltiplo de cien más cercano y al múltiplo de mil más cercano.



4	8	0	0	0
4	7	3	0	0
4	7	2	8	5
4	7	2	0	0
4	7	0	0	0

Ejemplo 2: Redondea el número 47 285 al múltiplo de cien más cercano $47\ 285 \sim 47\ 300$. Ejemplo 3: Redondea el número 47 285 al múltiplo de mil más cercano $47\ 285 \sim 47\ 000$

Ejemplo 4: En un colegio las notas se dan en números enteros de 1 a 5. Si los promedios de las notas de dos alumnos fueron: 2,85 y 3,48 ¿cuáles notas aparecerán en el certificado?

4.2. Estima los resultados de diferentes operaciones de manera oral o escrita, usando múltiples estrategias.

Ejemplo: El precio de un artículo es \$19 250 y tiene una rebaja del 20%. Si necesita comprar 2 artículos, ¿cuánto debe pagar aproximadamente? Como cada artículo cuesta aproximadamente \$20 000, multiplica mentalmente 0,8 por \$20 000 para calcular cuánto debe pagar después de la rebaja del 20%, obtiene \$16 000. El doble, porque son dos artículos es \$32 000. Sabe que le va a costar alrededor de \$30 000, ya que aproximó el precio de cada artículo por encima.

4.3. Identifica cuándo se requiere un cálculo exacto y cuándo aproximado según el contexto.

Ejemplo: Siguiendo con el ejemplo en 4.2, si va a comprar los 2 artículos, en el momento de pagar debe hacer el cálculo exacto de lo que cuestan, en este caso: $2 \times 0,8 \times \$19\ 250 = \$30\ 800$. En la caja la registradora le cobra \$30 800.

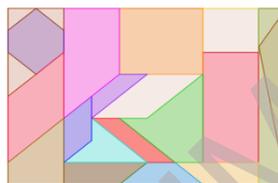
Aprendizajes en pensamiento espacial y sistemas geométricos

COMPRESIONES	PREGUNTAS ESENCIALES
<p><i>Los estudiantes comprenderán que...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Es posible representar en un plano lo que ocurre en tres dimensiones. • Establecer una correspondencia entre los números y los puntos de una recta y las parejas de números y los puntos de un plano, permite analizar situaciones geométricas con herramientas algebraicas y viceversa. • Medir la circunferencia y el círculo ha inquietado a la humanidad desde hace más de tres mil años. 	<p><i>Los estudiantes guiarán la comprensión en torno a las siguientes preguntas...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cómo se representa en una hoja una figura tridimensional? • ¿Cómo se ve un objeto desde diferentes puntos de vista? • ¿Cómo se imagina un objeto tridimensional a partir de observaciones del objeto desde diferentes puntos de vista? • ¿Cómo se mide la longitud de una circunferencia o el área de un círculo? • ¿Cómo se establece la correspondencia entre números y puntos de una recta?
CONOCIMIENTOS	HABILIDADES
<p><i>Los estudiantes sabrán.... (C)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Propiedades geométricas de figuras planas y sólidos. Paralelismo y perpendicularidad. • Áreas, perímetros y volúmenes • Circunferencia y círculo • Moldes en 2D de objetos en 3D • Coordenadas en el primer cuadrante 	<p><i>Los estudiantes tendrán habilidad para.... (H)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Identificar algunas propiedades geométricas en figuras planas y sólidos. • Calcular el área de las caras, el contorno y el volumen de una caja. • Hallar la longitud de una circunferencia y área de un círculo • Comprender cómo usar y diseñar moldes para construir objetos tridimensionales sencillos. • Determinar cómo se ve un objeto desde diferentes puntos de vista e imaginarse cómo es el objeto a partir de varias vistas. • Situar puntos en el primer cuadrante del plano cartesiano. Representar conjuntos de pares de datos en el primer cuadrante, usando diagramas de puntos o de línea. • Justificar lo que hace, usando argumentos intuitivos. • Usar software geométrico como Geogebra para construir y analizar figuras geométricas. • Buscar patrones y regularidades geométricas que le permitan identificar características comunes en una situación. • Proponer y resolver problemas que involucren conceptos geométricos como áreas o volúmenes

1. Propiedades geométricas de figuras en el plano y en el espacio

- 1.1. Identifica propiedades de paralelismo y perpendicularidad en figura planas y sólidos. Reconoce cuadriláteros, paralelogramos, rectángulos, cuadrados, rombos, trapecios, etc. Indica cuáles son sus características principales.

Ejemplo: Trazan en grupos, pero cada uno en una hoja de papel o cartulina una figura parecida a la siguiente, con por lo menos 20 polígonos. Pueden colorear los polígonos. Recortan los diferentes polígonos y los clasifican según diferentes criterios: número de lados, paralelogramos, tienen o no rectas paralelas, tipos de ángulos, etc. Calculan el área de cada polígono, midiendo cuidadosamente y si es necesario, dividiéndolo en paralelogramos y triángulos.

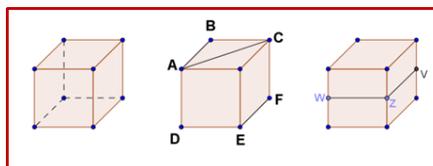


- 1.2. Identifica objetos de su alrededor que tengan forma de caja (paralelepípedo rectángulo) e indica sus semejanzas y diferencias.

Ejemplo: En grupos consiguen por lo menos tres recipientes en forma de caja, de diferentes formas y tamaños. Indican cuál es el volumen de cada uno y cuáles son sus diferencias.

- 1.3. Representa cubos, cajas, conos y otros sólidos familiares en forma bidimensional. Marca con líneas punteadas las líneas que no son visibles.

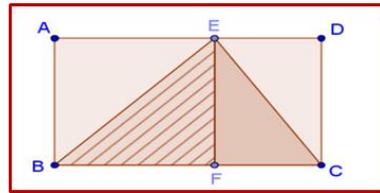
Ejemplo: Representa un cubo mostrando las líneas que no son visibles con segmentos punteados. Si divide el cubo en dos partes iguales, por un plano que pasa por los segmentos AC y DF, ¿cómo representa las líneas que se ven y las que no se ven al hacer este corte? Si divide el cubo en dos partes iguales, por un plano que pasa por los segmentos WZ y ZV, ¿cómo representa las líneas que se ven y las que no se ven al hacer este corte? ¿Con qué otros cortes puede partir el cubo en dos partes iguales? ¿Cómo hace la gráfica respectiva?



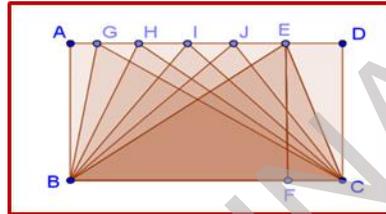
2. Área y volumen

- 2.1. Calcula el área de un triángulo cualquiera. Justifica la fórmula con base en el área de un rectángulo.

Ejemplo 1: Muestra intuitivamente por qué el área del triángulo BFE es igual a la mitad del área del rectángulo ABFE. Muestra que el área triángulo BEC es la mitad del área del rectángulo ABCD.

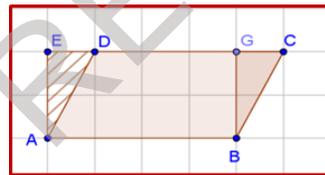


Ejemplo 2: Muestra por qué, si ABCD es un rectángulo, todos los triángulos de base BC y cuyo tercer vértice está sobre el lado AD tiene la misma área. Replica la construcción usando Geogebra

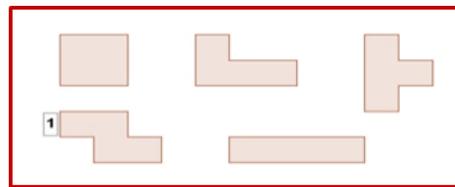


2.2. Calcula el área de un paralelogramo y justifica intuitivamente la fórmula a partir del área de un rectángulo. Calcula el perímetro de una figura limitada por segmentos de recta.

Ejemplo 1: Muestra que el área del paralelogramo ABCD es igual al área del rectángulo ABGE, ya que el triángulo ADE que se le agrega al paralelogramo para formar el rectángulo es igual al triángulo BCG, que se le quita. Luego el área del paralelogramo ABCD es igual a base: AB por altura: GB.

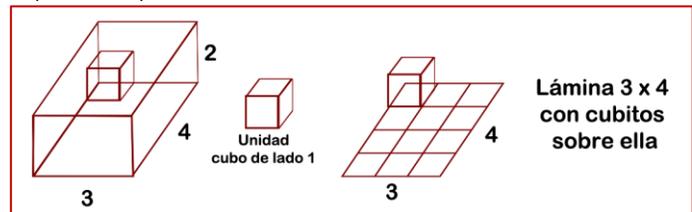


Ejemplo 2: Traza estas figuras en una hoja cuadrículada y calcula el área y el perímetro.



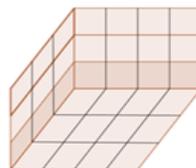
2.3. Reconoce un cubo de lado uno como una unidad de volumen. Muestra cómo llenar una caja cuyas medidas son números enteros, usando como unidad un cubo de lado 1.

Ejemplo: Cada niño construye o consigue 10 dados. En grupos de cuatro toman los 40 dados. Construyen una capa de 3 por cuatro dados. Sobre ella colocan más dad



dados hasta completar una segunda capa. Luego superponen una capa más. ¿Cuántos dados hay en la primera capa? ¿Cuántos en la segunda? ¿Cuántas capas

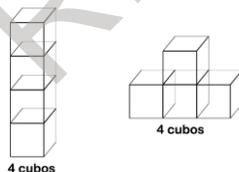
hicieron? ¿Cuántos dados gastaron en total? Si se toma como unidad de volumen un dado, ¿cuál es el volumen del sólido que construyeron?



2.4. Calcula el volumen de una caja multiplicando el área de la base por la altura (una caja es un paralelepípedo rectángulo, que es un sólido cuya base es un rectángulo y las caras son rectángulos que están sobre planos perpendiculares al plano de la base). Muestra que puede escoger como base cualquiera de las caras de la caja.

Ejemplo 1: En grupos toman 20 dados y construyen una caja de base 3 x 3 dados y altura 2 dados. Muestran que la caja satisface las condiciones de la definición. Calculan el volumen de la caja. Calculan el área de cada cara y muestran que el volumen de la caja es el mismo, independientemente de la cara que escojan como base. Construyen otras cajas usando esos dados y calculan el volumen.

Ejemplo 2: Calcula el volumen de un sólido cuya base es un paralelogramo de lado 15cm y altura 10cm y las caras son paralelogramos que están sobre planos perpendiculares al plano de la base. La altura de esa caja mide 5cm. Ejemplo 3: Calcula el área exterior y el volumen de una torre formada por 4 cubos de 2cm de lado, uno sobre otro, y de otra torre formada por 3 cubos en la base y otro arriba.

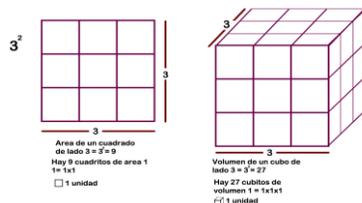


2.5. Relaciona el cálculo del volumen de una caja con el cálculo del área de sus caras

Ejemplo: Carlos tiene una colección de 60 dados de 1cm de lado y está buscando una caja para guardarlos. Indica las dimensiones de por lo menos dos cajas donde caben justamente. En parejas discuten cómo resolver el problema y lo resuelven. ¿Qué área exterior tiene cada caja? ¿Cuál será más conveniente y por qué? Hacen una lista de todas las cajas posibles y justifica por qué esas son todas las posibles.

2.6. Asocia las potencias cuadradas de los números con el área de un cuadrado y las potencias cúbicas con el volumen de un cubo.

Ejemplo: En un cubo de lado 3cm, el área de una cara es igual a $A=3\text{cm}\times 3\text{cm}=(3\text{cm})^2=9\text{cm}^2$ y el volumen es igual a $V=3\text{cm}\times 3\text{cm}\times 3\text{cm}=(3\text{cm})^3=27\text{cm}^3$



3. Construcción de objetos a partir de moldes. Vistas

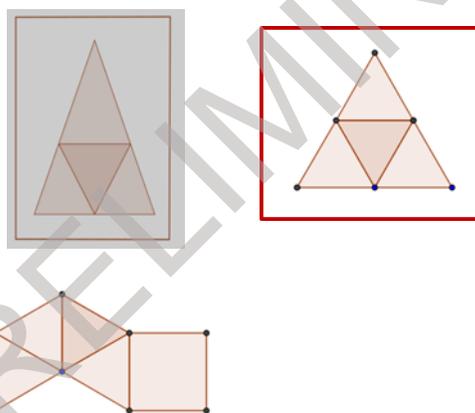
3.1. Identifica propiedades de un sólido y sus relaciones con su molde plano.

Ejemplo 1: En grupos diseñan un molde para construir un cubo. Identifican qué propiedades del cubo deben respetar y cómo se trasladan esas propiedades al molde. Construyen un molde y con él un cubo de 5cm. de lado.

Ejemplo 2: En grupos diseñan un molde para construir un recipiente con tapa, de base triangular para guardar unos dulces y usando una sola pieza de cartulina. Calculan el área de la cartulina necesaria para hacer la cajita y la construyen.

3.2. A partir de un molde, determina si puede o no construir cierto objeto y justifica la respuesta. Busca condiciones necesarias para pasar de un molde a un objeto tridimensional.

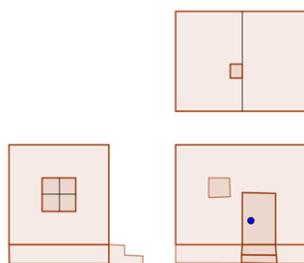
Ejemplo: Observa las tres figuras, conjetura en cuál caso es posible construir una cajita y describe cómo sería la forma de esa cajita. Si es posible, traza una figura como esa, la recorta y construye la cajita. Si considera que no es posible, indica por qué.



3.3. Identifica las distintas vistas de un objeto. Dadas las vistas de un objeto, se imagina cómo es.

Ejemplo 1: En grupos de tres toman 10 dados y construyen diversos objetos. Trazan la vista superior, de frente y de lado de cada una de sus construcciones.

Ejemplo 2: Muestra que dos vistas no son suficientes para determinar un objeto. Traza dos vistas y muestra diversos objetos que se acomoden a ellas. Ejemplo 3: Andrés hace una gráfica con las vistas de encima, de frente y de un lado de su casa. Jeny le dice: Andrés olvidaste dibujar algo en una de las vistas. ¿A qué se refiere Jeny? ¿Cómo sabe que Andrés olvidó dibujar algo, si no conoce la casa de Andrés? Describe cómo es la casa de Andrés a partir de las vistas.



4. Longitud de la circunferencia y área del círculo

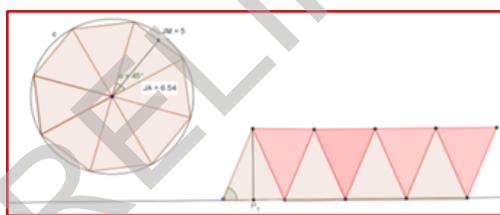
4.1. Comprende la definición de π , la usa para calcular la longitud de la circunferencia, el área del círculo y para medir ángulos en radianes.

Ejemplo 1: Usando una cuerda, un lápiz y una tachuela halla un valor aproximado de π . Explica cuánto mide en radianes un ángulo recto y cuánto un ángulo llano.

Ejemplo 2: Averigua en internet acerca de la historia de π y de diferentes maneras como calcularon en la antigüedad la longitud de la circunferencia. Ejemplo 3: ¿Cómo se define el número π ?

4.2. Calcula la longitud de una circunferencia de radio r usando la fórmula $C = 2\pi r$

Ejemplo: Calcula la longitud de la circunferencia de radio 5cm.



4.3. Calcula el área de un círculo de radio r usando la fórmula $A = \pi r^2$.

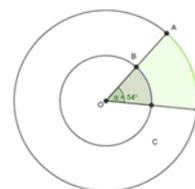
Ejemplo 1: Calcula el área de un círculo de radio 5cm.

Ejemplo 2: Construye una circunferencia y traza dentro de ella un polígono regular de 8 lados. Muestra que el paralelogramo de la figura se aproxima al área del círculo. ¿Cuál es el área del paralelogramo? Observa que la base del paralelogramo se aproxima a la mitad de la longitud de la circunferencia y la altura se aproxima al radio. Aumenta el número de triángulos a 16 y repite la construcción. ¿Qué puede concluir?

4.4. Calcula el área de un sector circular de ángulo α usando la siguiente relación:

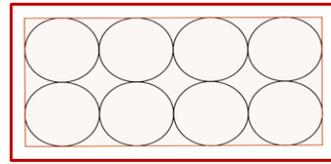
Ejemplo: Calcula el área de la superficie delimitada por los segmentos AB y CD y los arcos AD y BC , si el ángulo mide 54° y el radio 1cm.

$$\frac{(\text{Área del sector circular})}{(\text{Área del círculo})} = \frac{(\text{medida del ángulo } \alpha \text{ en grados})}{(360^\circ)}$$



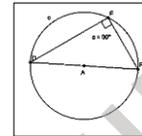
4.5. Conoce las definiciones y describe las relaciones entre radios, cuerdas, tangentes y ángulos en la circunferencia. Analiza algunas propiedades de circunferencias y círculos.

Ejemplo 1: En una caja de fondo rectangular se acomodan 8 latas. ¿Qué porcentaje del fondo de la caja queda libre?



4.6. Conoce el teorema de Tales sobre el ángulo que subtiende un diámetro en una circunferencia.

Ejemplo: Usando Geogebra verifica el teorema de Tales sobre el ángulo que subtiende un diámetro en una circunferencia. Averigua a quién se debe el nombre del teorema y qué hizo.



Aprendizajes en pensamiento métrico y sistemas de medidas

COMPRESIONES	PREGUNTAS ESENCIALES
<p><i>Los estudiantes comprenderán que...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • En qué ocasiones es suficiente hacer un cálculo aproximado o una estimación y cómo hacerlo. • Cómo y cuándo hacer conversiones y relaciones entre diferentes sistemas de medidas. 	<p><i>Los estudiantes guiarán la comprensión en torno a las siguientes preguntas...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cuándo es conveniente estimar un resultado, cuándo es conveniente aproximarlo y cuándo es necesario hacer un cálculo exacto? • ¿Qué estrategia, qué sistema de medida y qué instrumento es más conveniente usar en este contexto?
CONOCIMIENTOS	HABILIDADES
<p><i>Los estudiantes sabrán.... (C)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Estimación, redondeo • Medidas estándar de: longitud, superficie, volumen, peso, capacidad, temperatura, • tiempo, moneda. 	<p><i>Los estudiantes tendrán habilidad para.... (H)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Hacer cálculos aproximados usando estimación y redondeo • Hacer conversiones de unidades de tiempo, longitud, área, volumen, peso, temperatura, moneda • Usar estas medidas para proponer y • Resolver problemas reales e hipotéticos

Evidencias, actividades de aprendizaje y recomendaciones pedagógicas

1. Estima y redondea

1.1. Estima los resultados de diferentes operaciones de manera oral o escrita usando múltiples estrategias como redondeo.

Ejemplo. Va al supermercado a comprar unas galletas que le cuestan \$4250, tres manzanas que cuestan \$4500 el kilo, una camiseta para educación física que

- le cuesta \$24 800. Va haciendo mentalmente las cuentas para saber si le alcanza el dinero que lleva, redondea el precio de las galletas a las unidades de mil más cercanas, \$4000, estima que cada manzana pesa 300 g, por lo que aproxima el precio de las tres a \$4500, el precio de la camiseta lo redondea a las unidades de mil más cercanas, \$25 000. Estima que la cuenta va en \$33 500.
- 1.2. Identifica cuándo se requiere un cálculo exacto o aproximado según el contexto. Ejemplo. Siguiendo con el ejemplo anterior, en el momento de pagar, verifica que el ticket tenga las cuentas correctas:
 $\$4250+(\$4,5\times 270\times 3)+\$24800=\32695 . ¿Qué significa: $\$4,5\times 270\times 3$ que aparece en el recibo?
2. **Hace conversiones de unidades de distintos tipos.**
- 2.1. Relaciona diferentes unidades de medida Ejemplo. Va a mandar un paquete a su hermana mayor que está viviendo en el Reino Unido. El paquete es una caja que mide 50 cm×50 cm en la base y tiene una altura de 30 cm, y pesa 5 kg. Debe llenar un formato con las especificaciones del paquete, pero como va al Reino unido, el volumen debe estar en pies cúbicos y el peso en libras inglesas. Averigua que 1 m = 3,28 pies y 1kilo = 2,20462 libras inglesas. Luego el volumen es
 $V=(0,5\times 3,28)\times (0,5\times 3,28)\times (0,3\times 3,28)=2,6465664$ *pies*³, que redondeando a las centésimas más cercanas es 2,65 *pies*³. El peso en libras inglesas es $P=5\text{ kg}\times 2,20462\text{ (libras l)/kg}=11,0231$ libras inglesas, aproximadamente 11 libras inglesas.
- 2.2. Hace conversiones monetarias. Ejemplo. Siguiendo con el ejemplo anterior, el costo del envío está en dólares, cuesta 6,5 dólares por kilogramo de peso, entonces enviar el paquete le cuesta $5\text{ kg}\times 6,5\text{ dólares/kg}=32,5$ dólares. Debe tomar el precio del dólar de ese día en que va a mandar el paquete. Si ese día el dólar cuesta \$3 073,23 por dólar, debe pagar 32,5 dólares $\times \$3073,23/\text{dólar}=\$99879,975$ aproximadamente \$100000. ¿Si el precio se lo dan en libras esterlinas, cómo lo pasa a pesos?
- 2.3. Relaciona litros con otras unidades. Ejemplo. Se va a usar una caja en forma de cubo de 10 cm de lado para empacar un litro de jugo. Para transportar la bebida en camiones se van a usar cajas más grandes en forma de cubos, que soportan 30 kg de peso y miden medio metro de lado. ¿Cuántas cajas de jugo caben en cada caja grande? ¿Las cajas grandes soportan el peso de todas las cajas de jugo que les caben? ¿Cuántas cajas grandes se podrían apilar en el camión, una sobre otra?
- 2.4. Relaciona el cálculo del volumen de una caja Ejemplo. Continuando con el ejemplo anterior, las

con el cálculo del área de sus caras.

2.5. Hace conversiones de temperatura.

cajas vienen en dos materiales. Una caja del material 1 resiste 20 kg de peso y vale \$2 000 por m², la del material 2 resiste 30 kg de peso y vale \$3 200 por m². ¿Qué caja le conviene comprar y cuánto le cuesta cada una?

Ejemplo. Continuando el ejemplo, los jugos pueden estar a una temperatura de 15°C máximo una hora, después de una hora deben colocarse a una temperatura de 5°C máximo por una hora y 15 minutos, después de esto, ya deben colocarse a una temperatura de -10°C. Las temperaturas en el camión están en grados Fahrenheit. El camión sale de la fábrica a las 5 a.m. y los jugos salen a una temperatura de 15°C. El camión tiene tres paradas. Le toma 40 minutos llegar a la primera parada, demora 20 minutos descargando y después de una hora y 10 minutos llega a la segunda parada, allí demora 15 minutos descargando y a la última parada llega después de dos horas y 25 minutos. Qué instrucciones precisas deben darle al conductor del camión sobre la hora a la que debe hacer el cambio de temperatura y qué temperatura debe poner. ¿A qué temperatura deben estar los jugos en la primera parada? ¿En la segunda? ¿En la tercera?

Aprendizajes en pensamiento variacional, sistemas algebraicos y analíticos

COMPRESIONES	PREGUNTAS ESENCIALES
<p><i>Los estudiantes comprenderán que...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> Las razones y proporciones determinan relaciones entre cantidades; ligan la aritmética y la geometría y se aplican en medición, en escalas, en definir la forma, en porcentajes, así como en comparar y medir el cambio. La búsqueda de patrones e invariantes es una actividad esencial en las matemáticas. El uso de letras permite establecer relaciones generales, por eso es importante leer comprensivamente expresiones algebraicas (sencillas) ligadas a un contexto particular y usar letras para representar cantidades. 	<p><i>Los estudiantes guiarán la comprensión en torno a las siguientes preguntas...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ¿Cuándo hay una relación de proporcionalidad directa entre dos cantidades? ¿Cuál es el patrón en esta secuencia?
CONOCIMIENTOS	HABILIDADES
<p><i>Los estudiantes sabrán.... (C)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> Patrones Jerarquía de operaciones Expresiones numéricas Proporcionalidad directa e inversa 	<p><i>Los estudiantes tendrán habilidad para.... (H)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> Buscar patrones y regularidades que le permitan identificar características comunes en una situación. Proponer patrones y secuencias Usar con propiedad relaciones numéricas para modelar situaciones. Establecer relaciones de proporcionalidad directa e inversa en situaciones sencillas. Resolver problemas que involucran patrones numéricos o geométricos y perseverar hasta obtener una solución. Justificar lo que hace, usando argumentos intuitivos. Representar patrones y secuencias usando dibujos o números

Evidencias, actividades de aprendizaje y recomendaciones pedagógicas

1. Escribe, lee y evalúa expresiones en las que las letras representan números en diferentes contextos.

1.1. Escribe con símbolos una secuencia de números y operaciones que le dictan.

Ejemplo 1: Un estudiante piensa un número, lo multiplica por tres, luego le suma siete y el resultado es 13, en forma simbólica lo escribe como $3a+7=13$.

1.2. Traduce entre expresiones que representan operaciones entre números y letras.

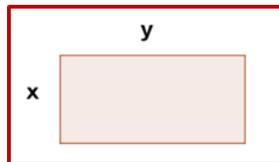
Ejemplo1: Escribe el doble de un número como $2x$, resta x de 2 como $2-x$. Ejemplo 2: El resultado de sumar 3 con $5x$ es $3+5x$. Ejemplo 3: Escribe el triple de un número como $3x$, el triple de un número mas 5 como $3x+5$ y el triple de la suma de un número más 5 como $3(x+5)$.

1.3. Interpreta diferentes formas de escritura de expresiones algebraicas. Usa apropiadamente paréntesis para evitar errores y ambigüedades.

Ejemplo 1: “a por b” es ab o $a \times b$. “a dividido por b” es a/b o $\frac{a}{b}$ o $a \div b$ o $a \times 1/b$. a^2b es $a \times a \times b$. Ejemplo 2: $(4+y)/3 = (4+y) \div 3 = \frac{4+y}{3}$. Usa apropiadamente paréntesis: $(4+y)/3$ es diferente de $4+y/3$. El uso de paréntesis en la primera expresión es indispensable.

1.4. Determina el valor numérico de expresiones que contienen letras y números.

Ejemplo 1: Si el volumen de un cubo de arista a es igual a $v = a^3$, halla el valor del volumen cuando a es igual a 4 e interpretar el resultado: Volumen del cubo de arista 4: $v = 4^3 = 64$. Ejemplo 2: Si $b+3=10$, calcula cuál es el valor de a . Ejemplo 3: Si $a+b=11$ ¿a qué es igual $a+b+7$? Ejemplo 4: Si el perímetro de un rectángulo es $p = x + x + y + y$ y $x = 2$ y $y = 3$, el valor del perímetro es $p = 4 + 6 = 10$



2. Expresiones algebraicas equivalentes

2.1. Reconoce algunas propiedades de las operaciones entre números y las usa para justificar sus cálculos.

Ejemplo: Es consciente de que: $5x(3+2) = 5x3+5x2$ (distributividad); $4,3 \times 5 = 5 \times 4,3$ (conmutatividad); $58 \times 1 = 58 = 1 \times 58$ (uno es la identidad de la multiplicación); y reconoce que estas propiedades valen, independientemente de los números que esté operando. Justifica esas afirmaciones con argumentos intuitivos



como gráficas de áreas.

2.2. Escribe, interpreta y evalúa expresiones numéricas en las cuales aparecen letras que representan números y envuelven operaciones entre números racionales. Nota: Puede haber varias formas de interpretar un problema y escribirlo de manera SIMBÓLICA, Lo importante es discutir las diversas formas, comprender qué es lo que está planteando el joven y no tratat de imponer una “respuesta verdadera”.

Ejemplo1: Escribe una expresión que represente la siguiente situación: Cada caja de galletas vale \$2000, luego el precio de las galletas es igual al número de cajas que compre por \$2000: número de cajas de galletas n , precio de las galletas $n \times 2000$ o $2000n$. Si compra 5 cajas de galletas, evalúa la expresión para $n = 5$: $5 \times 2000 = 10\ 000$. Ejemplo 2: Carmen recibe \$6000 a la semana. Durante los cinco días que va a la escuela, gasta \$800 cada día en las onces y el fin de semana gasta \$1000. ¿Cuánto le queda? Lo que le queda: $6000 - 5 \times 800 - 1000$ También lo puede escribir, sumando primero lo que gasta y restando de lo que recibe: gasta en una semana $5 \times 800 + 1000$, le queda: $6000 - (5 \times 800 + 1000)$. En grupos de tres discuten cómo ha interpretado cada uno el problema y qué expresión ha escrito.

2.3. Comprende la manera como se suelen escribir expresiones

Ejemplo 1: Usa $3a$ en lugar de $3 \times a$ y $\frac{3}{a}, \frac{3}{a}$ o $\frac{3}{a}$ en lugar de $3 \div a$. Al principio hay que tener cuidado de no confundir la letra equis, que es

algebraicas y las usa correctamente.

una variable muy usada como incógnita, con el signo “x, por” de la multiplicación. Ejemplo 2: Escribe $3a+5$. Si lo ve escrito, lee: “tres a más cinco” y comprende qué significa. Diferencia $3a+5$ de $3(a+5)$. Construye un contra-ejemplo para mostrar que son diferentes: para $a = 2$,

$$3a + 5 = 11 \text{ y } 3(a + 5) = 21$$

2.4. Interpreta expresiones numéricas en las cuales aparecen letras que representan números y envuelven operaciones entre números racionales.

Ejemplo 1: En un almacén aparece la propaganda: “Gran rebaja de precios, nuevos precios $1/3P$ ”. Interpreta esta expresión como que los precios son ahora un tercio de los precios anteriores, es decir, la tercera parte o los precios anteriores divididos por tres. Si antes compró una camisa en \$30000, ahora le deben cobrar \$10000. Ejemplo 2: Lee la siguiente fórmula para calcular el total del área lateral A de un cubo de lado a: $A = 6a^2$. Analiza la fórmula para comprender qué representa a^2 , si a es el lado del cubo, y por qué está multiplicado por 6. Ejemplo 3: Busca cómo pasar de grados centígrados a Fahrenheit y encuentra la siguiente fórmula: $F = 9/5(C) + 32$. Usa la fórmula para convertir 25° centígrados en grados Fahrenheit

2.5. Utiliza las propiedades de las operaciones para escribir expresiones equivalentes.

Ejemplo: Utilizar la propiedad distributiva para escribir una expresión equivalente a $3(2 + x) = 6 + 2x$. Ejemplo 2: Muestra que las siguientes expresiones son equivalentes: $x + x + x + x = 4x$

2.6. Resuelve ecuaciones de la forma $x+a=b$ y $ax=b$, en las que a y b son números racionales no negativos.

Ejemplo 1: Resuelve la ecuación $x + 3 = 7$ a través de un diagrama con un proceso de deshacer las operaciones como el siguiente:

$x \xrightarrow{+3} 7$ entonces $x \xleftarrow{-3} 7$. Ejemplo 2: utiliza el modelo de la balanza



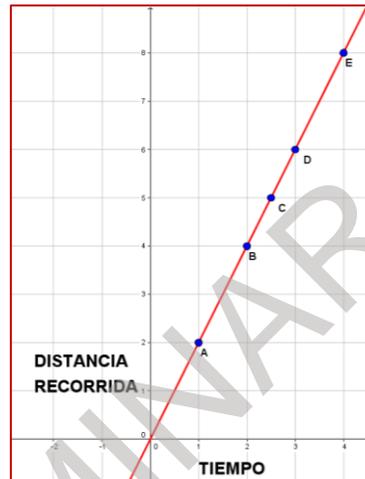
para representar esta ecuación. Ejemplo 3: Escribe la ecuación en forma verbal, ¿Cuál es el número que al sumarle 3 da como resultado 7?

2.7. Interpreta la relación entre una variable dependiente y una variable independiente y representa la relación en forma gráfica y tabular. Analiza cómo varía una cantidad cuando varía otra que está ligada a la primera.

Ejemplo: Representa en forma tabular y gráfica la relación entre distancia y tiempo en un movimiento con velocidad constante de 2 metros por minuto. El problema dice que por cada minuto recorre 2 metros, luego va elaborando la tabla, partiendo del primer minuto, luego de que arranca. Hace la gráfica correspondiente. Observa que el tiempo y la distancia están “enlazados”, ya que a medida que transcurre una cantidad de minutos la distancia recorrida ya está determinada: los metros recorridos corresponden a dos veces ese número. En 6 minutos recorre $2 \times 6 = 12$ metros. Se observa que a medida que aumenta el tiempo aumenta la distancia recorrida, pero puede hacer análisis más finos: si el tiempo se multiplica por dos, la distancia también se multiplica por dos. Verifica si es cierto. También puede plantear lo siguiente: Si al tiempo se le suma una unidad, a la distancia recorrida se le suman 2 unidades. Verifica en varios casos si es cierto y trata de buscar una justificación a partir del contexto y a

partir de la expresión algebraica correspondiente. Busca, conjetura y verifica otras relaciones entre el tiempo y la distancia recorrida.

Velocidad: 2 metros por minuto		
Distancia en metros	Tiempo en minutos	
2	1	A
4	2	B
5	2,5	C
6	3	D
8	4	E
10	5	F
12	6	G



Escribe, lee e interpreta expresiones numéricas que representan relaciones entre cantidades

2.8. Reconoce fórmulas geométricas y las usa para calcular área, volumen o perímetro.

Ejemplo 1: Reconoce que el área de un triángulo es un medio del producto de la base por la altura y puede escribirse: $A = 1/2 bxa$. Si le dan un triángulo de base 3cm y altura 5cm, reemplaza en la fórmula b por 3 y a por 5 y calcula el área: $A = (3cm \times 5cm) / 2 = 15/2 \text{ cm}^2$.
Ejemplo 2: Si el maestro le dice que el perímetro de un rectángulo de lados a y b es la suma de sus lados, escribe:
 $P = a + a + b + b = 2a + 2b$.

2.9. Representa usando letras, relaciones numéricas que aparecen en diferentes contextos

Ejemplo: La edad de Carlos es el doble de la edad de Juan, y éste tiene 25 años menos que Rodrigo su padre. Llama C la edad de Carlos, J la edad de Juan, y R la edad de Rodrigo y representa las relaciones anteriores por: $C=2J$, $J=R-25$

3. Razones y proporciones

3.1. Usa los términos: por cada, por, o para cada, para expresar situaciones en donde hay una razón constante entre dos cantidades.

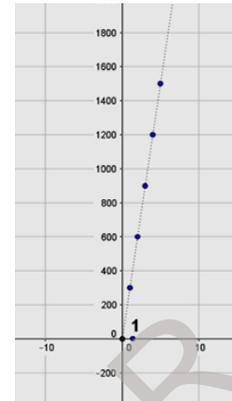
Ejemplo 1: “por cada 2 vasos de jugo de naranja agregue tres cucharadas de azúcar”. La relación entre la cantidad de vasos de jugo de naranja y la cantidad de cucharadas de azúcar es de 2 a 3 que se escribe 2:3 o $2/3$. Si hace un refresco con 6 vasos de jugo de naranja debe agregar 9 cucharadas de azúcar: 3 cucharadas por los primeros dos vasos de jugo, otras tres por los segundos dos vasos y otras tres por los últimos dos vasos de jugo. Si hace un vaso de jugo, ¿cuánta azúcar debe agregarle?

3.2. Representa situaciones donde se presentan razones entre cantidades y colecciones de razones equivalentes. En cada ejemplo representa en una tabla y una gráfica la relación entre las dos cantidades. **Nota:** En casos como éste, es necesario emplear escalas diferentes en los ejes para poder

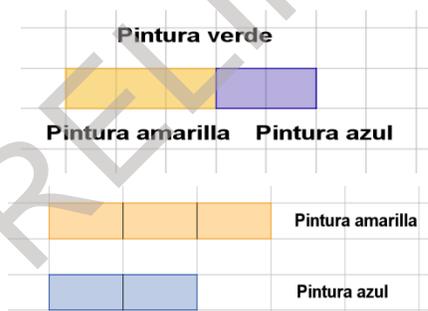
Ejemplo 1: “Cada manzana vale \$300”. ¿Qué relación hay entre el número de manzanas y el dinero que hay que pagar por ellas? ¿Qué sucede si se dobla el número de manzanas? ¿O si se agrega una manzana más?

representar la situación. Es una buena ocasión para hacer caer en cuenta de ese hecho, que aparece con mucha frecuencia en las gráficas del periódico.

#					
manzanas	1	2	3	4	12
precio	\$ 300	\$ 600	\$ 900	\$ 1.200	\$ 3.600



Ejemplo 2: Para elaborar una pintura verde se mezclan 3 porciones de pintura amarilla por cada 2 porciones de pintura azul. ¿Cuántos litros de pintura amarilla y cuántos litros de pintura azul se necesitan para elaborar un balde de 10 litros pintura verde? ¿Cuántos litros de pintura amarilla y cuántos litros de pintura azul se necesitan para elaborar un galón de 3,8 litros pintura verde? Representa la situación en gráficos, tablas o diagramas.



3.3. Encuentra el término que falta en un par de razones equivalentes

Ejemplo: Para elaborar una pintura verde se mezclan 3 porciones de pintura amarilla por cada 2 porciones de pintura azul. Si Marco tiene 6 tarros de pintura azul y los va a gastar todos haciendo pintura verde, ¿cuántos tarros de pintura amarilla necesita? ¿Cuántos tarros de pintura verde obtiene? Representa la situación en una tabla.

Pintura amarilla	3	?
Pintura azul	2	6

3.4. Compara diferentes razones

Ejemplo: Marta y Romi van a elaborar pintura verde y encuentran que deben mezclar 3 porciones de pintura amarilla por cada 2 porciones de pintura azul. Sin embargo, Marta mezcla 4 porciones de pintura amarilla con 2 porciones de pintura azul y Romi mezcla 3 porciones de pintura amarilla con 3 de pintura azul. ¿Cómo pueden comparar el resultado final de las dos mezclas? ¿Tendrán el mismo color? ¿Qué diferencia habrá entre los dos colores? ¿Por qué? Analiza e interpreta las siguientes tablas, para comparar el resultado final en la mezcla de Marta y Romi. ¿Qué puede decir en este caso y por qué?

Pintura de Marta	
Amarilla	Azul
4	2
8	4
12	6

Pintura de Romi	
Amarilla	Azul
3	3
6	6
12	12

Pintura de Marta	
Amarilla	Azul
4	2
8	4
12	6

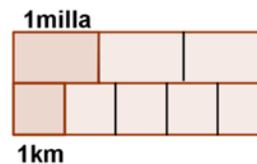
Pintura de Romi	
Amarilla	Azul
3	3
6	6
12	12

Pintura de Marta		
Amarilla	Azul	Total
4	2	6
8	4	12
12	6	18

Pintura de Romi		
Amarilla	Azul	Total
3	3	6
6	6	12
12	12	24

3.5. Calcula la tasa unitaria en una situación donde se da la razón entre dos cantidades.

Ejemplo 1: Liliana camina de manera uniforme, 7 km en 3 horas. ¿Cuántos kilómetros recorre en una hora? ¿Cuánto tiempo gasta en recorrer un kilómetro? ¿Cuántos kilómetros recorre en 5 horas? ¿Cuánto tiempo gasta en recorrer 10 kilómetros? Si recorre 7 km en 3 horas, en una hora ha recorrido la tercera parte, es decir, $\frac{7}{3}$ de km. Si recorre 7 km en 3 horas, para recorrer un kilómetro necesita $\frac{1}{7}$ del tiempo, es decir: $\frac{3}{7}$ de hora. Ejemplo 2: Representa en un diagrama la siguiente relación: Tres millas son aproximadamente cinco



kilómetros. A partir del diagrama responde de manera aproximada las preguntas: ¿Cuántas millas son un kilómetro? ¿Cuántos kilómetros son una milla? ¿Aproximadamente cuántas millas hay en 3,5 kilómetros

3.6. Expresa una cantidad como una fracción de otra.

Ejemplo: Venden dos tipos de pan: un pan tipo (A) que pesa 200 gramos y otro tipo (B) que pesa una libra. ¿Qué porción del pan de una libra es el de 200 gramos? Si el precio del pan es proporcional al peso,

¿qué relación hay entre el precio de 4 panes de 200 gramos y el precio de 2 panes de una libra?

A pesa 200	A es $\frac{2}{5}$ de B
B pesa 500	

Porcentajes

3.7. Expresa una cantidad como un porcentaje de otra.

Ejemplo: Una universidad admitió 1800 estudiantes de los cuales 800 van a estudiar ciencias naturales. ¿Qué porcentaje de los estudiantes admitidos van a estudiar ciencias naturales? Si el 60% de los estudiantes admitidos se matricula, cuántos estudiantes se matricularán? El porcentaje de estudiantes admitidos aumentó este año el 10%. ¿Cuántos estudiantes admitieron el año pasado?

3.8. Compara dos cantidades usando porcentajes.

Ejemplo: En las votaciones pasadas el 35% de los votantes votaron por el candidato A, el 32% votaron por el candidato B y del resto la mitad votaron por otros candidatos y la otra mitad fueron votos en blanco o nulos. Si votaron 7'850 000 ciudadanos, ¿Cuántos votaron por el candidato que ganó? ¿Cuántos votos en blanco o nulos hubo? Representa la situación en un diagrama circular.

3.9. Usa porcentajes para indicar rebajas, promociones o aumentos en situaciones cotidianas.

Ejemplo 1: María está haciendo pulseras para vender a \$1500. Quiere hacer una promoción ofreciendo una rebaja del 10% a quien le compre 10 pulseras. Su hermana le dice: no se enrede, si le compran 10, dé una de ñapa que es lo mismo que rebajar el 10%. ¿Tiene razón la hermana? Ejemplo 2: Claudia compró un saco blanco con el 20% de descuento en \$20 000. Cuando fue a comprar uno verde le dijeron que habían subido el 20%. ¿Cuál era el precio original? ¿Cuánto le costó el segundo saco?

3.10. Inventa y resuelve problemas que involucran razones y porcentajes.

Ejemplo: Inventa un problema que incluye una rebaja del 25% y una relación entre dos cantidades de 1 a 4.

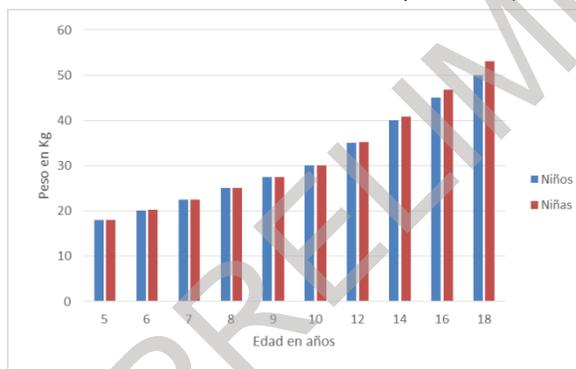
Aprendizajes en pensamiento aleatorio y sistemas de datos

COMPRESIONES	PREGUNTAS ESENCIALES
<p><i>Los estudiantes comprenderán que...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • La estadística permite representar, organizar, visualizar, describir y comparar la información contenida en conjuntos de datos. • Representar datos en diagramas de barras, de barras dobles, de torta o de línea facilita el hacer inferencias acerca de los datos. • Hay maneras de medir qué tan probable es que algo ocurra y que un evento seguro tiene probabilidad uno. 	<p><i>Los estudiantes guiarán la comprensión en torno a las siguientes preguntas...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué representación gráfica es más adecuada para describir y comparar un conjunto particular de datos? • ¿Qué información puedo obtener acerca de los datos a partir de diagramas y gráficas? • ¿Qué significa que un evento es poco probable?
CONOCIMIENTOS	HABILIDADES
<p><i>Los estudiantes sabrán.... (C)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Experimento, muestra, encuesta. • Tablas, diagramas de doble barra, de torta, gráficos de línea • Diagramas de tallo y hojas • Media, mediana, moda, rango • Frecuencias absolutas y relativas • Series de tiempo • Probabilidad • Eventos seguros e imposibles 	<p><i>Los estudiantes tendrán habilidad para.... (H)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Obtener información por medio de encuestas con preguntas adecuadas, o directamente con muestras para las variables de estudio. • Estudiar las variables o compararlas, usando diagramas de barras, torta, gráficos de línea, diagramas de tallo y hojas, así como medidas estadísticas como la media, la mediana, la moda, el rango. • Analizar y comparar series de tiempo usando gráficos de línea • Calcular probabilidades usando el argumento frecuentista: número de casos a favor sobre número de casos posibles.

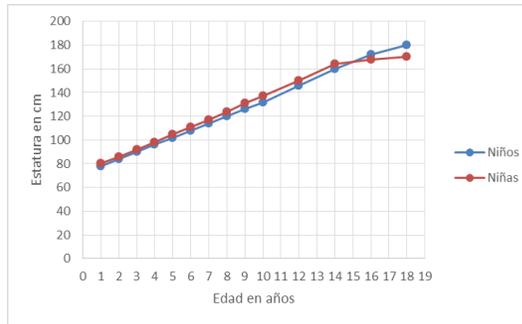
1. Usa estadística descriptiva para inferir información

1.1. Recolecta información para un estudio o un experimento, tomando una muestra representativa o haciendo una encuesta con preguntas pertinentes si es necesario. Usa diagramas, tablas, gráficos y medidas estadísticas para representar y comparar información.

Ejemplo. En la siguiente tabla se dan los pesos y estaturas promedio (hipotéticas), para un grupo de niños y niñas en las edades correspondientes. Haga una encuesta para los niños de su colegio, en la cual se pregunta, entre otras, peso, estatura, género. No tiene que encuestar a todos los niños, para cada edad escoja muestras representativas. Calcule promedios y haga una tabla similar a la mostrada. Haga también diagramas de barra y gráficos de línea como los que se muestran, para comparar peso y estatura por género. Use este tipo de gráficos y diagramas para comparar las medidas tomadas en su colegio con las medidas hipotéticas de la tabla. Qué piensa acerca de estas medidas, ¿podrían ser reales en su contexto? ¿Tal vez en otro país? Busca datos similares en internet y los compara con sus resultados.



	Peso en kg		Estatura en cm	
	Niños	Niñas	Niños	Niñas
5 años	18	18	102	105
6 años	20	20.250	108	111
7 años	22.500	22.500	114	117
8 años	25	25	120	124
9 años	27.500	27.500	126	131
10 años	30	30	132	137
12 años	35	35.200	146	150
14 años	40	40.800	160	164
16 años	45	46.800	172	168



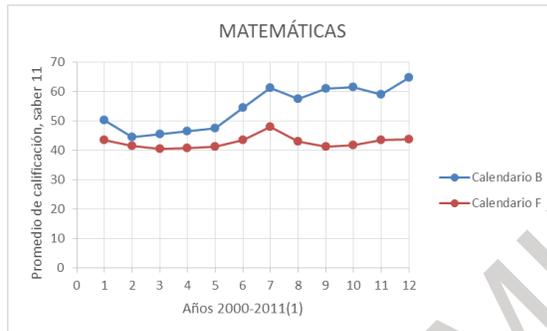
1.2. Representa y compara series de tiempo usando gráficos de línea.

Ejemplo. A continuación se muestran las calificaciones promedio en matemáticas del examen Saber 11 en el primer semestre de los años 2000-2011, diferenciando entre los calendarios A y F. Hace gráficos de línea en el mismo plano para comparar las dos series. Justifica sus conclusiones. También se muestra una tabla similar de los resultados de Saber 11 durante los años 2000-2014, primer semestre, matemáticas, pero esta vez diferenciando por género. Hace gráficos de línea en un mismo plano para comparar los resultados por género. Saca conclusiones, por ejemplo, indica si las diferencias van aumentando, disminuyendo, o no se puede concluir. ¿Cree que el puntaje va aumentando con el tiempo, se va quedando estable, o disminuye? ¿Podría justificar esas diferencias? Puede bajar estas tablas de la página del Icfes.

NIVEL
 AGRUPAMIENTO DEPARTAMENTAL
 O: (CUNDINAMARCA)
 AÑO(S): 2000 - 2011 (1)
 PRUEBA: MATEMÁTICA
 CRITERIO: CALENDARIO

20001	B	50.3
20001	F	43.47
20011	B	44.57
20011	F	41.58
20021	B	45.47
20021	F	40.4
20031	B	46.56
20031	F	40.62
20041	B	47.56
20041	F	41.3
20051	B	54.52
20051	F	43.38
20061	B	61.22
20061	F	47.89
20071	B	57.34
20071	F	42.91

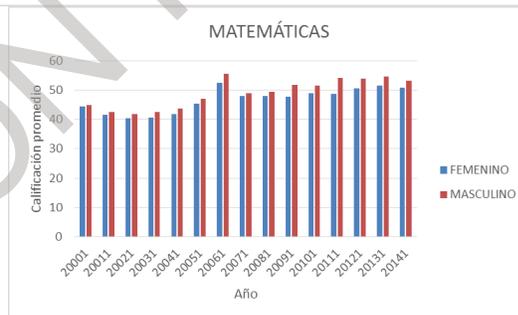
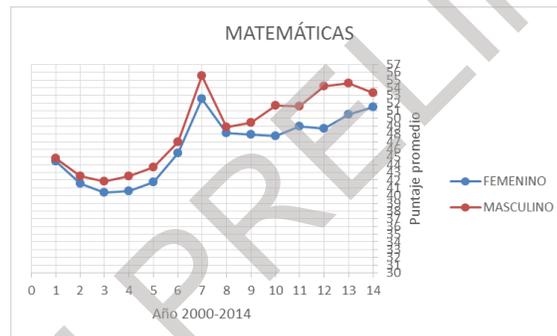
20081	B	61.05
20081	F	41.12
20091	B	61.45
20091	F	41.63
20101	B	59.07
20101	F	43.4
20111	B	64.64
20111	F	43.76



DEPARTAMENTL (CUNDINAMAR)
 NIVEL AGRUPAMIENTO: 2000 - 2014 (1)
 AÑO(S): MATEMÁTICA
 PRUEBA: GENERO
 CRITERIO:

20001	FEMENINO	44.48
20001	MASCULINO	44.88
20011	FEMENINO	41.53
20011	MASCULINO	42.52
20021	FEMENINO	40.43
20021	MASCULINO	41.82
20031	FEMENINO	40.55
20031	MASCULINO	42.48
20041	FEMENINO	41.71
20041	MASCULINO	43.64
20051	FEMENINO	45.47
20051	MASCULINO	46.99
20061	FEMENINO	52.53
20061	MASCULINO	55.58
20071	FEMENINO	48.1
20071	MASCULINO	48.89
20081	FEMENINO	47.93
20081	MASCULINO	49.5

20091	FEMENINO	47.69
20091	MASCULINO	51.68
20101	FEMENINO	48.95
20101	MASCULINO	51.56
20101		38.49
20111	FEMENINO	48.73
20111	MASCULINO	54.14
20121	FEMENINO	50.54
20121	MASCULINO	54
20131	FEMENINO	51.45
20131	MASCULINO	54.57
20131		38
20141	FEMENINO	50.78
20141	MASCULINO	53.28

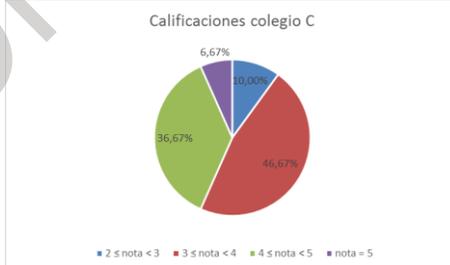
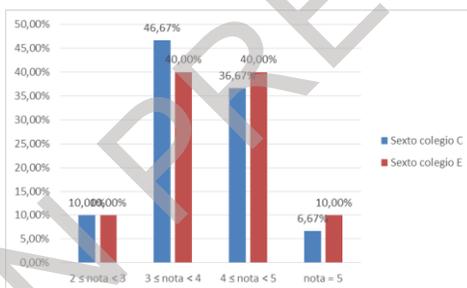


1.3. Usa diagramas de tallo y hojas, de barras dobles y de torta, para representar y comparar información entre dos grupos de datos. Ve la importancia de usar frecuencias relativas versus frecuencias absolutas. **Nota:** Para evitar ambigüedades, se usa el punto para separar las cifras decimales. Esta es la conversión más usada y está incorporada en calculadoras, computadores e información de periódicos y revistas.

Ejemplo: Dos profesores amigos dictan matemáticas en sexto en los colegios C y E. Como el contenido de la materia es el mismo, se reunieron para hacer el mismo examen final de sexto de los dos colegios. Los resultados de las notas obtenidas se muestran a continuación. **C:** 2.5, 2.5, 2.7, 3, 3, 3, 3.1, 3.2, 3.2, 3.5, 3.5, 3.5, 3.6, 3.7, 3.7, 3.8, 3.9, 4, 4.2, 4.3, 4.3, 4.4, 4.5, 4.5, 4.5, 4.6, 4.7, 4.8, 5, 5.

E: 2.6, 2.6, 3, 3.3, 3.5, 3.5, 3.6, 3.6, 3.7, 3.8, 4, 4, 4.2, 4.3, 4.5, 4.5, 4.7, 4.8, 5, 5. Para comparar, hacen diagramas de tallo y hojas, diagramas de barra, y de torta. ¿Cuál de estos diagramas le parece más adecuado para comparar las notas del examen de sexto en los dos colegios? ¿Qué le parece más conveniente, usar frecuencias absolutas o relativas? Calcula la media, la mediana, la moda, el rango para los dos conjuntos de datos y compara. ¿Qué representaciones gráficas le parecen más convenientes y por qué? Analiza los datos, saca conclusiones y las justifica.

Hojas E										Tallo	Hojas C													
										2	2.5	2.5	2.7											
3.8	3.7	3.6	3.6	3.5	3.5	3.3	3			3	3	3	3	3.1	3.2	3.2	3.5	3.5	3.5	3.6	3.7	3.7	3.8	3.9
4.8	4.7	4.5	4.5	4.3	4.2	4				4	4	4.2	4.3	4.3	4.4	4.5	4.5	4.5	4.6	4.7	4.8			
										5	5													



Calcula probabilidades usando el argumento frecuentista: número de casos a favor sobre el total de posibilidades.

- 1.4. Calcula la probabilidad de un evento.
- Ejemplo. Para el examen de matemáticas el profesor les da una lista de preguntas de las cuales dos son de geometría, G1 y G2, dos son de álgebra A1 y A2, y dos son de datos, D1 y D2. El profesor escoge aleatoriamente, una pregunta de geometría, una de álgebra y una de datos, las de geometría y álgebra valen 2.0 y la de datos vale 1.0, en total 5 si responde bien todas las preguntas. Suponga que usted solamente tiene tiempo para estudiar tres preguntas, y las que estudia son G1, A2 y D2. El examen se pasa con 3.0. ¿Cuál es la probabilidad de que saque 3? ¿Cuál es la probabilidad de que saque 0? ¿Cuál de que saque 4? ¿Cuál de que pase el examen?
- Total de posibilidades = {G1A1D1, G1A2D1, G1A1D2, G1A2D2, G2A1D1, G2A2D1, G2A1D2, G2A2D2}
- Saca 3.0 = {G1A1D2, G2A2D2}
- Saca 4.0 = {G1A2D1}
- $P(\text{saque } 3.0) = 2/8 = 1/4.$
- $P(\text{saque } 4.0) = 1/8$
- Para que pase el examen debe sacar 3.0 o 4.0 o 5.0. Falta calcular la probabilidad de que saque 5.0. Saca 5.0={G1A2D2}. $P(\text{saque } 5.0) = 1/8.$
- $P(\text{pase el examen}) = 2/8 + 1/8 + 1/8 = 4/8 = 1/2 = 0.5.$ Hace un árbol para representar todas posibilidades.
- Sabe que hay eventos seguros con probabilidad uno y eventos imposibles con probabilidad cero. Siguiendo con el ejemplo del examen, si estudia las preguntas G1, G2, ¿cuál es la probabilidad de que saque 0, cuál es la probabilidad de que saque por lo menos 2.0 y cuál es la probabilidad de que saque por lo menos 4.0? ¿cuál es la probabilidad de que saque 5.0?
- 1.5. Usa el cálculo de probabilidades para tomar decisiones.
- Ejemplo 1. Siguiendo con el mismo ejemplo, enumere las posibles escogencias de tres preguntas que va a estudiar (son 20 posibles escogencias). Para cada una de ellas, calcule la probabilidad de pasar el examen. ¿Qué preguntas estudia para tener más posibilidades de pasar el examen? Ejemplo 2. Está nublado, toma la decisión de llevar un paraguas y/o un impermeable ya que la probabilidad de que llueva es mayor.

Recomendaciones didácticas

Las matemáticas que se construyen en sexto tienen una relación muy cercana con las matemáticas desarrolladas durante la primaria. El maestro debe iniciar el año averiguando qué conocimientos traen los niños al respecto, para apoyar a aquellos que vengan con deficiencias. Es el caso de la representación de números decimales y de sus operaciones, que es una extensión de lo hecho para números enteros. Es muy importante que algoritmos, como el de la multiplicación o la división, no sean aprendidos de memoria, sino que haya una comprensión intuitiva de las razones que los sustentan.

El tema de las operaciones entre fracciones suele tener dificultades particulares que perduran. ¡Hay que prestarle atención ya que se continuará usando toda la vida!

Como se menciona en la introducción, este grado es un momento de transición a una nueva forma de ver y hacer matemáticas. Esta transición es compleja y debe hacerse de manera lenta pero firme y segura, manteniendo siempre la relación con las matemáticas que se hicieron en primaria y llenando los vacíos que puedan presentarse. En el paso a ideas más abstractas es necesario propiciar la argumentación, el uso correcto del lenguaje y el respeto por las ideas de los otros, que deben defenderse con argumentos.

Los problemas deben ser cada vez más retadores, menos ejercicios repetitivos, y el aprendizaje de cómo resolver problemas debe ser parte explícita del curso de matemáticas. Es conveniente, luego de que los alumnos hayan dedicado un tiempo a resolver un problema retador, individualmente o en grupo, hacer una reflexión sobre qué hicieron, cómo lo hicieron y por qué lo hicieron así. Para ello pueden resolver un problema en grupos de tres o cuatro, donde uno tenga la misión explícita de observar cómo se desarrolla el proceso de resolución, tome apuntes sobre ello y luego discutan acerca de lo que sucedió para aprender de ello.

La manipulación y la visualización juegan un papel central en la comprensión de muchas de las ideas matemáticas. El trabajo con tangram, origami, ábaco, sorobán, geoplano y otros materiales que los estudiantes pueden construir fácilmente, sin necesidad de recurrir a material caro ni sofisticado, ofrece muy buenas posibilidades de ejemplificar algunos de los conceptos de este grado. Se deben realizar la mayor cantidad de actividades en las que los estudiantes construyan, dibujen, recorten o discutan en grupos pequeños. Debe escoger diferentes contextos y situaciones que permitan ver el poder y la fuerza de las matemáticas para representar situaciones y resolver problemas. Igualmente se debe propiciar el uso de diferentes sistemas de representación: tablas, gráficas, diagramas, y el paso de uno a otro. La comunicación de ideas matemáticas se propicia analizando, discutiendo, proponiendo, escuchando y compartiendo ideas en grupos pequeños o en discusiones con toda la clase. Las preguntas y las respuestas del profesor o de los compañeros son oportunidades de ejercitar esa competencia, que se sugieren con mucha frecuencia en los ejemplos.

Como en este grado el joven ya tiene todos los elementos necesarios para manejar números de diferente tipo y números muy grandes o muy pequeños, es conveniente buscar o que él busque información y datos reales en internet para plantear y resolver los problemas que se presenten durante el curso. Esto es particularmente necesario en la parte de datos. En la parte de razones y proporciones podría por ejemplo construir una tabla con el valor y el peso de diferentes productos, a partir de datos que saca de los precios de un almacén o de una propaganda del periódico. Igualmente es importante que se ejercite en resolver problemas con números decimales y fraccionarios y no sólo con enteros entre 1 y 20.

El estudiante debe aprender que en matemáticas es necesario preguntarse por qué y justificar lo que se hace. Las discusiones en grupo, la resolución colaborativa de problemas, la formulación de preguntas, las justificaciones de por qué utilizó determinada operación o por qué cree que algo es correcto o incorrecto, deben ser la actividad principal de la clase de matemáticas. El joven debe tener el ambiente que le permita y lo incentive a formular preguntas, inventar problemas, sugerir soluciones, formular conjeturas, en otras palabras, aprender a pensar autónomamente.

El uso de la tecnología, cuando está disponible, es un excelente apoyo para el estudiante y el maestro. Hay múltiples aplicaciones gratis, hechas especialmente para este nivel, que invitan a explorar ideas abstractas, despiertan interés e incentivan una actitud positiva hacia las matemáticas. Recomendamos el uso de Geogebra, ya que es una aplicación gratuita que ofrece enormes posibilidades de aplicación en la clase de matemáticas, en todos los temas y a todos los niveles. La tecnología ofrece hoy herramientas baratas y eficientes para comunicarse con jóvenes de todo el mundo, resolver problemas conjunta e interactivamente y participar en comunidades globales.

La tecnología es también un instrumento invaluable para el maestro. En internet encuentra clases desarrolladas, exámenes, ejemplos de tareas y de actividades de clase etc. Muchas están en inglés, pero también hay numerosas ayudas en español, por ejemplo, en Kahn Academy, en el currículo de Chile, en el de Costa Rica, en España o en México, por mencionar sólo unas pocas. En la bibliografía puede buscar otras referencias.

Las matemáticas y la lúdica. Indiscutiblemente el uso de juegos y actividades lúdicas es un recurso muy valioso para el aprendizaje, sin embargo, al planear actividades “lúdicas” es indispensable preguntarse: ¿Dónde están las matemáticas? ¿Cuál es el objetivo de aprendizaje de esta actividad? En muchos casos se observan actividades minuciosamente planeadas

por el maestro, que ponen al joven a jugar con entusiasmo durante horas y días, pero que no dejan ninguna enseñanza matemática.

Indicaciones para la evaluación formativa

La evaluación constituye un elemento fundamental en el aprendizaje. No debe ser un proceso independiente, es parte integral de la planeación y del desarrollo de cada clase, de cada unidad, de cada actividad. Debe ser el indicador que le dice al maestro: ¿Qué comprendieron? ¿Cómo comprendieron? ¿Qué hago para mejorar? al joven: ¿Cómo voy? ¿Qué vacíos tengo y qué debo hacer para llenarlos? y al padre de familia: ¿Cómo va mi hijo? ¿Cómo lo puedo apoyar para que mejore? La evaluación también le da información a la escuela sobre su desempeño y a la sociedad sobre la escuela y sobre el futuro de sus ciudadanos.

Las actividades de evaluación deben ser similares a lo hecho y desarrollado en clase, ofreciendo retos y diferentes niveles de complejidad, que permitan que cada cual pueda autoevaluarse y determinar, con el apoyo del maestro, qué debe hacer para mejorar.

Hay muchas formas de evaluar el desempeño del joven: observando lo que hace durante la clase, hablando con él acerca del tema que se está desarrollando, pidiéndole que lleve un diario y analizando lo que escribe allí, pidiéndole que vaya haciendo un portafolio o una carpeta donde ponga los trabajos de los que se sienta orgulloso, etc.

En las evaluaciones el joven debe aprender desde pequeño que es tan importante el proceso y la estrategia que escoja y siga para resolver un problema, como lograr llegar a un resultado correcto. Es importante que se forme en el hábito de verificar, al finalizar una tarea, que efectivamente contestó la pregunta que le formularon, que resolvió el problema que le plantearon, y que la respuesta que obtuvo satisface las condiciones del problema. Igualmente debe aprender a mantener una actitud vigilante, un control sobre lo que está haciendo, para no perder el rumbo durante el camino. Esto sólo se logra a través de la práctica explícita y la reflexión conciente.

El joven es cada vez más responsable de sus acciones, de ahí que deba planearlas cuidadosamente y responda por sus consecuencias. Debe aprender que siempre es posible obtener buenos resultados, pero que se requiere trabajo y esfuerzo. Debe comprender el valor de la honestidad y que copiar es engañarse a sí mismo, a sus padres, a la escuela y a la sociedad. Debe aprender a ser honesto por convicción, no por temor a las consecuencias: yo no copio porque creo que robar y engañar no está bien, y no, yo no copio porque si me cogen me castigan.

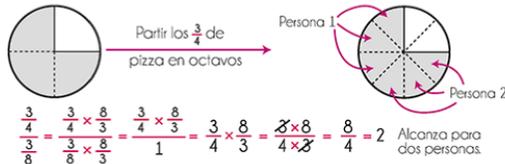
Al evaluar las matemáticas es importante tener en cuenta no solo el nivel de comprensión y aplicación de los conceptos sino el nivel de desarrollo de las competencias matemáticas, dentro del contexto y grado del niño. El maestro debe plantear situaciones que permitan observar el nivel de desarrollo en cuanto a la resolución de problemas, la comunicación, el razonamiento, etc.

Con el fin de formar la autonomía del estudiante, se le deben ofrecer oportunidades de ejercitarla como tareas o proyectos interesantes que no tienen peso en la evaluación, pero cuyo desarrollo puede incidir positivamente en la comprensión. El joven tiene que decidir si lo hace, por interés en aprender o sólo hace aquello a lo que lo obligan.

DERECHOS BÁSICOS DE APRENDIZAJE

•• MATEMÁTICAS – GRADO 6° ••

1 Resuelve problemas en los que debe dividir un entero entre una fracción o una fracción entre una fracción. Por ejemplo, tengo $\frac{3}{4}$ de pizza para repartir. Si le doy $\frac{3}{8}$ de pizza a cada persona, ¿a cuántas personas alcanzo a darles pizza?

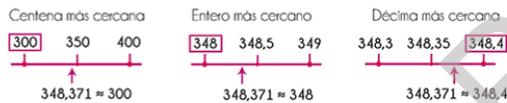


Comprende por qué dividir por $\frac{a}{b}$ corresponde a multiplicar por $\frac{b}{a}$.

2 Resuelve problemas que involucran números racionales positivos (fracciones, decimales o números mixtos) en diversos contextos haciendo uso de las operaciones de adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación. Realiza cálculos a mano, con calculadoras o dispositivos electrónicos.

3 Aproxima dependiendo de la necesidad. Por ejemplo:

- Aproxima 348,371 a la centena más cercana (que es 300, pues 348,371 está más cerca de 300 que de 400), a la decena más cercana (que es 350, pues 348,371 está más cerca de 350 que de 340), al entero más cercano (348), a la décima más cercana (348,4), o a la centésima más cercana (348,37).



- La superficie de Colombia (continental y marítima) es de aproximadamente 2 millones de kilómetros cuadrados ($2\,129\,748\text{ km}^2 \approx 2\,000\,000\text{ km}^2$).
- π (pi) es aproximadamente igual a 3,14 ($\pi = 3,14159265... \approx 3,14$). Una mejor aproximación sería $\pi \approx 3,142$. Aún mejor, sería $\pi \approx 3,1416$. Etc.

4 Resuelve problemas utilizando porcentajes. Por ejemplo:

- La mamá de Julián va a comprar unas sábanas de \$70 000. Sin embargo, cuando va a pagar le dicen que las sábanas están en descuento y le cobran \$58 100. ¿De cuánto fue el descuento (en porcentaje)?

$$\$70\,000 - \$58\,100 = \$11\,900 \text{ y } \frac{\text{descuento}}{\text{total}} = \frac{\$11\,900}{\$70\,000} = 0,17 = 17\%$$

- En el vivero, Luz compró una mata por \$4 200 que ya tenía un descuento de 30%. ¿Cuánto le hubiera costado la mata sin el descuento?

El descuento fue de 30%, por lo tanto, \$4 200 representa el 70% del valor original de la mata.

$$\begin{array}{l} \div 7 \left\{ \begin{array}{l} 70\% \rightarrow \$4\,200 \\ 10\% \rightarrow \$600 \end{array} \right. \div 7 \\ \times 10 \left\{ \begin{array}{l} 100\% \rightarrow \$6\,000 \end{array} \right. \times 10 \end{array}$$

La mata hubiera costado 6 000 pesos.

5 Comprende en qué situaciones necesita un cálculo exacto y en qué situaciones puede estimar. Por ejemplo:

- Cuatro amigos salen a comer. La cuenta es de \$27 400 y la reparten entre los cuatro. ¿Cuánto le corresponde pagar a cada uno?

Para aproximar el valor por persona pueden calcular mentalmente $\frac{\$28\,000}{4} = \$7\,000$. Así, cada uno debe pagar un poquito menos de \$7 000. El cajero, en cambio, debe hacer el cálculo exacto: $\frac{\$27\,400}{4} = \$6\,850$.

- En un almacén Lucía ve una blusa que costaba originalmente \$56 000 pero que tiene el 37% de descuento. Quiere saber más o menos cuánto vale, a ver si le alcanza el dinero que trae.

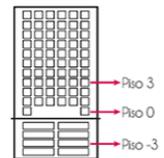
El cálculo exacto sería $\$56\,000 \times 0,63$. Aproxima entonces a un cálculo fácil de realizar mentalmente $\$60\,000 \times 0,6 = \$36\,000$. Así que la blusa, con el descuento, cuesta aproximadamente 36 mil pesos. Cuando va a pagar le dan el precio exacto: $\$56\,000 \times 0,63 = \$35\,280$.



6 Comprende el significado de los números negativos en diferentes contextos. Por ejemplo:

- En el Polo Norte la temperatura hoy fue de -29°C . Es decir, 29°C por debajo de 0°C .

- Margarita pide el ascensor en el piso de la recepción (piso 0) de un edificio que tiene 10 pisos de oficinas y 4 pisos de parqueadero subterráneo. Si Margarita marca el 3, sube al tercer piso de oficinas. Si marca -3 baja al tercer piso de parqueaderos.



Representa números positivos y negativos en la recta numérica comprendiendo la simetría con respecto al 0. Por ejemplo:



Ubica en la recta numérica números con ciertas propiedades. Por ejemplo, todos los valores menores a 4:

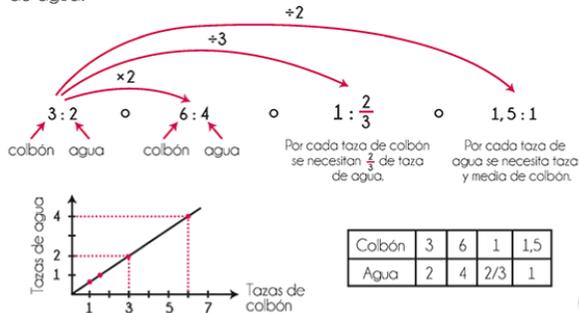


Cualquier número a la izquierda de 4 es menor a 4

DERECHOS BÁSICOS DE APRENDIZAJE

•• MATEMÁTICAS – GRADO 6º ••

7 Soluciona problemas que involucran proporción directa y puede representarla de distintas formas. Por ejemplo, para hacer papel maché, se humedecen tiras de papel periódico en una mezcla de agua y colbón. Por cada tres (3) tazas de colbón se necesitan dos (2) tazas de agua. ¿Cuántas tazas de agua necesito si uso 6 tazas de colbón? ¿Cuántas tazas de colbón necesito si uso una taza de agua?



Relaciona las nociones de proporciones y porcentajes. Por ejemplo, comprende que el colbón representa el 60% de la mezcla y puede determinar cuántas tazas de agua y cuántas de colbón necesita para producir una mezcla de 15 tazas:

$$\frac{\text{colbón}}{\text{mezcla}} = \frac{3 \text{ tazas}}{3 \text{ tazas} + 2 \text{ tazas}} = \frac{3 \text{ tazas}}{5 \text{ tazas}} = 0,6 = 60\%$$

$$\frac{\text{colbón}}{\text{mezcla}} = \frac{6 \text{ tazas}}{6 \text{ tazas} + 4 \text{ tazas}} = \frac{6 \text{ tazas}}{10 \text{ tazas}} = 0,6 = 60\%$$

El 60% de la mezcla es colbón:
 $0,60 \times 15 \text{ tazas de mezcla} = 9 \text{ tazas de colbón}$.
 Por lo tanto, necesita 6 tazas de agua.

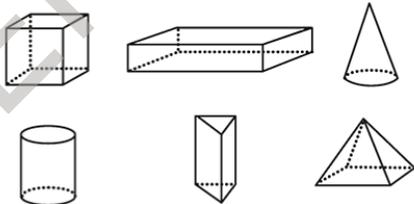
8 Usa razones (con cantidades y unidades) para solucionar problemas de proporcionalidad. Por ejemplo, si usamos 90 ml de crema de leche para preparar una receta para 12 personas, ¿cuántos mililitros usaremos para 80 personas?

$$\frac{90 \text{ ml}}{12 \text{ personas}} = 7,5 \text{ ml/persona}$$

Es decir, necesitamos 7,5 mililitros de crema de leche para una sola persona. Así, para 80 personas necesitamos:

$$7,5 \frac{\text{ml}}{\text{persona}} \times 80 \text{ personas} = 600 \text{ ml}$$

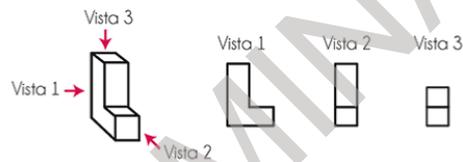
9 Representa cubos, cajas, conos, cilindros, prismas y pirámides en forma bidimensional marcando con líneas punteadas las líneas del objeto que no son visibles. Por ejemplo:



10 Construye moldes para cubos, cajas, prismas o pirámides dadas sus dimensiones y justifica cuando cierto molde no resulta en ningún objeto. Por ejemplo:



Identifica las distintas vistas de un objeto. Por ejemplo:



11 Soluciona problemas que involucran el área de superficie y el volumen de una caja. Por ejemplo:

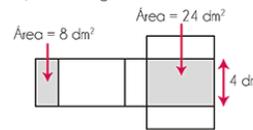
• Calcula el área superficial de un cubo de volumen $74,088 \text{ cm}^3$.

$$\text{Volumen} = 74,088 \text{ cm}^3 = (\text{lado})^3 \rightarrow \text{lado} = \sqrt[3]{74,088 \text{ cm}^3} = 4,2 \text{ cm}$$

$$\text{Área de una cara} = (4,2 \text{ cm})^2 = 17,64 \text{ cm}^2$$

$$\text{Área de superficie del cubo} = 6 \times 17,64 \text{ cm}^2 = 105,84 \text{ cm}^2$$

• Molde para caja rectangular:

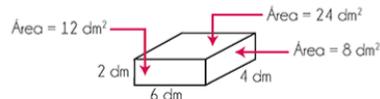


Usando el área de las dos caras dadas, deduce que los otros dos lados de la caja deben medir 6 dm y 2 dm. Por lo tanto, el volumen de la caja es 48 dm^3

$$2 \text{ dm} \times 4 \text{ dm} \times 6 \text{ dm} = 48 \text{ dm}^3$$

y su área de superficie es 88 dm^2

$$2 \times 8 \text{ dm}^2 + 2 \times 12 \text{ dm}^2 + 2 \times 24 \text{ dm}^2 = 16 \text{ dm}^2 + 24 \text{ dm}^2 + 48 \text{ dm}^2 = 88 \text{ dm}^2$$

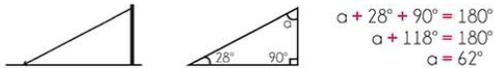


Realiza conversiones de unidades de medida entre litros, metros cúbicos o centímetros cúbicos. Por ejemplo, los lados de esta caja miden 4 dm, 6 dm y 2 dm. Por lo tanto, en centímetros miden 40 cm, 60 cm y 20 cm. Así, el volumen de la caja es de 48 000 cm^3 . Como 1 litro son 1.000 cm^3 , entonces $48 \text{ 000 cm}^3 = 48 \text{ litros}$.

DERECHOS BÁSICOS DE APRENDIZAJE

•• MATEMÁTICAS – GRADO 6° ••

- 12** Identifica ángulos faltantes tanto en triángulos equiláteros, isósceles y rectos, como en paralelogramos, rombos y rectángulos. Usa el hecho de que la suma de los ángulos en un triángulo es 180° para solucionar problemas sencillos. Por ejemplo: Vicente clava en el suelo el extremo de una pita larga amarrada en la parte alta de un poste. Para calcular el ángulo que la pita forma con el poste, Vicente mide primero el ángulo que la pita forma con el suelo:



$$\begin{aligned} a + 28^\circ + 90^\circ &= 180^\circ \\ a + 118^\circ &= 180^\circ \\ a &= 62^\circ \end{aligned}$$

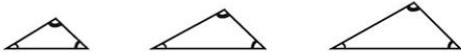
Analiza cómo cambiar un dato en un problema afecta a las demás variables. Por ejemplo: ¿Qué pasaría con esos ángulos si la pita fuera más corta?



El ángulo entre la pita y el suelo aumentaría y por lo tanto, el ángulo entre la pita y el poste disminuiría.

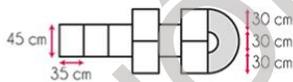
- 13** Usando regla y transportador, construye triángulos con dimensiones dadas. Por ejemplo:

- Construye un triángulo con un lado de 8,6 cm, otro lado de 5,1 cm, y entre ellos un ángulo de 75° .
- Construye un triángulo con un lado de 13 mm, entre dos ángulos: uno de 45° y otro de 60° .
- Muestra que existen muchos triángulos con los ángulos 30° , 45° y 105° .



- Evidencia que no se puede construir un triángulo de lados 10 cm, 5 cm y 3 cm.

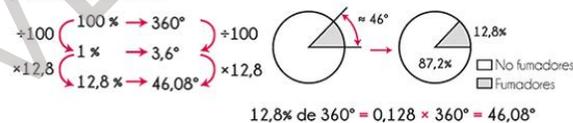
- 14** Usa las fórmulas del perímetro, longitud de la circunferencia y el área de un círculo para calcular la longitud del borde y el área de figuras compuestas por triángulos, rectángulos y porciones de círculo. Por ejemplo, para pintar una galosa, calcula cuántos centímetros debe pintar con la tiza y calcula el área del cielo (área gris).



$$\begin{aligned} \text{longitud de línea de tiza} &= 14 \times 35 \text{ cm} + 11 \times 45 \text{ cm} + 45 \text{ cm} \times \pi + 15 \text{ cm} \times \pi \\ &\approx 490 \text{ cm} + 495 \text{ cm} + 141,372 \text{ cm} + 47,124 \text{ cm} \approx 1173,496 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{área gris} &= \frac{\pi \times (45 \text{ cm})^2}{2} - \frac{\pi \times (15 \text{ cm})^2}{2} = \frac{\pi}{2} ((45 \text{ cm})^2 - (15 \text{ cm})^2) \\ &= \frac{\pi}{2} \times 1800 \text{ cm}^2 = 900 \pi \text{ cm}^2 \approx 2827,433 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

- 15** Usa el transportador para realizar con precisión diagramas circulares a partir de datos y porcentajes. Por ejemplo: En el año 2007, un estudio mostró que el 12,8% de los colombianos entre 18 y 65 años fumaba.



- 16** Usa letras para representar cantidades y las usa en expresiones sencillas para representar situaciones. Por ejemplo:

- Entiende que el perímetro de un cuadrado de lado y es $4y$, pues $4y = y + y + y + y$.
- Ya se pintaron A metros cuadrados de una pared de 100 m^2 . Lo que queda por pintar se lo dividen entre 5 personas. Así, cada uno debe pintar $\frac{100-A}{5}$ metros cuadrados, que se escribe también como $(100-A) \div 5$. Si ya se pintaron 15 m^2 , es decir $A = 15$, entonces a cada uno le corresponden 17 m^2 :

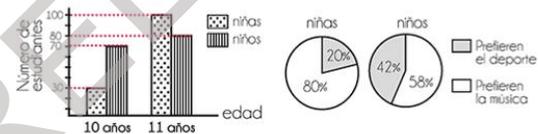
$$\frac{100 \text{ m}^2 - A \text{ m}^2}{5 \text{ personas}} = \frac{100 \text{ m}^2 - 15 \text{ m}^2}{5 \text{ personas}} = \frac{85 \text{ m}^2}{5 \text{ personas}} = 17 \text{ m}^2 / \text{persona}$$

Es decir, 17 metros cuadrados por persona.

- Adriana alcanzó a leer t palabras, su hermano Andrés leyó el triple y su primo Iván leyó dos palabras menos que Adriana. Entre todos leyeron $5t - 2$ palabras.

$$(t) + (3t) + (t - 2) = t + 3t + t - 2 = 5t - 2$$

- 17** Relaciona información proveniente de distintas fuentes de datos. Por ejemplo: Se le preguntó a un grupo grande de estudiantes de 10 y 11 años si preferían la música o el deporte.



- ¿Qué porcentaje de los estudiantes encuestados son niños?

$$\frac{\text{Total niños}}{\text{Total estudiantes}} = \frac{70 + 80}{30 + 70 + 100 + 80} = \frac{150}{280} = \frac{15}{28} \approx 0,54 = 54\%$$

- ¿Cuántos niños prefieren la música a cambio de deporte?

$$58\% \text{ de } (70 + 80) \text{ niños} = 0,58 \times 150 \text{ niños} = 87 \text{ niños}$$

- ¿Qué porcentaje de los estudiantes encuestados prefiere el deporte?

$$20\% \text{ de } 130 \text{ niñas} + 42\% \text{ de } 150 \text{ niños} = (0,20 \times 130 \text{ niñas}) + (0,42 \times 150 \text{ niños}) = 26 \text{ niñas} + 63 \text{ niños} = 89 \text{ estudiantes}$$

$$\frac{\text{Estudiantes que prefieren el deporte}}{\text{Total estudiantes}} = \frac{89}{280} \approx 0,32 = 32\%$$

- 18** Calcula la media (el promedio), la mediana y la moda de un conjunto de datos. Por ejemplo:

Ángela se sabe 2 poesías de memoria; Catalina se sabe 5; Ana María e Isabel se saben 8 cada una.

- **media** = $\frac{2 + 5 + 8 + 8}{4} = \frac{23 \text{ poesías}}{4 \text{ personas}} = 5,75 \text{ poesías/persona}$

- de menor a mayor: 2, 5, 8, 8 \rightarrow **mediana** = $\frac{5 + 8}{2} = \frac{13}{2} = 6,5 \text{ poesías}$

- **moda** = 8 poesías (el dato que más se repite)

GRADO SÉPTIMO

Visión general del grado

Los grados sexto y séptimo corresponden a un período de transición muy importante, no sólo por los conocimientos matemáticos que allí se desarrollan sino por la transición de niños a adolescentes que están viviendo los alumnos en ese momento. El currículo se debe adecuar a los cambios en el desarrollo biológico, afectivo e intelectual, entre muchos otros, que están sucediendo.

Desde el punto de vista del currículo de matemáticas, los grados sexto y séptimo son también un momento de transición entre dos maneras de ver y hacer matemáticas y es muy importante que tanto el maestro como el joven sean conscientes de esos cambios, que gradualmente, y apoyados en las matemáticas de la primaria, lo van a conducir a las matemáticas posteriores. Esos cambios son:

Paso de lo discreto a lo continuo. En las matemáticas de primaria se construyó la comprensión de los números naturales que le permiten al niño contar, comparar y ordenar objetos concretos. Cuantificar situaciones discretas que requieren de números cada vez más grandes y se representan con puntos aislados en una recta. La geometría se ha centrado en el estudio de formas particulares y en dar elementos para describir la forma y posición con respecto al entorno.

Al finalizar la primaria, pero especialmente en los grados sexto y séptimo, se introducen las fracciones, los decimales y los números negativos que acercan a la posibilidad de describir y cuantificar situaciones continuas. Ya no son puntos aislados en la recta, ya son suficientes para encontrar alguno muy cerca de cualquier punto de la recta. Esto provee de nuevas herramientas totalmente diferentes para visualizar y modelar situaciones. Pero la manera como se representan esos nuevos números y la manera como se definen las operaciones entre ellos, no solo es consistente con lo hecho antes para los naturales, sino que es una extensión “natural” de eso. De ahí la necesidad de que los fundamentos anteriores estén muy sólidos.

Paso de lo estático a lo dinámico. Las matemáticas de los números naturales y sus operaciones y de la geometría de las figuras planas ofrecen herramientas muy importantes y poderosas para describir el mundo con imágenes estáticas. Retratos de un momento particular de la realidad. En sexto y séptimo se inicia un movimiento hacia la descripción del cambio, que parte principalmente del desarrollo del concepto de razón y proporción. La noción de proporcionalidad, que es tal vez el concepto más importante de estos dos años, permite cuantificar cómo cambia una cantidad cuando cambia otra. En séptimo se presentan numerosas oportunidades: tablas, gráficas, expresiones algebraicas, en las que se puede analizar cómo cambia una variable cuando cambia otra. A partir de esas relaciones se construirá la noción de función, que será fundamental en el estudio de las matemáticas posteriores. La noción de función, que es un concepto relativamente joven en la historia de las matemáticas (siglo XVII, Descartes, Newton, Leibniz, Euler) le dio un impulso a las matemáticas y las ciencias y es la noción más importante para el modelaje y la aplicación de las matemáticas a todas las disciplinas. La introducción en sexto y séptimo del plano cartesiano (en honor a Descartes) y con él, de la geometría analítica, brindarán nuevas herramientas para representar y visualizar esas situaciones cambiantes modeladas por funciones.

Paso de lo concreto a lo abstracto. Las matemáticas de la primaria tienen una relación directa con el contexto que rodea al alumno. Se cuentan o miden objetos o situaciones y se describen formas de objetos. Pero en sexto y séptimo se va introduciendo cada vez con más fuerza el uso de expresiones algebraicas, que en un principio representan números pero que van cobrando vida por sí mismas hasta convertirse en objetos que se pueden manipular y con los cuales se pueden hacer operaciones. La revolución de los símbolos, que tuvo lugar en la Europa del siglo XVII, en buena parte gracias a los árabes y los hindúes, marcó también una de las revoluciones más importantes en el desarrollo de la ciencia, al aportar un nuevo lenguaje para representar situaciones complejas. Este es el paso inicial hacia las matemáticas posteriores centradas en buena parte en manipular símbolos. El manejo de expresiones algebraicas es una condición indispensable para hacer matemáticas hoy y su introducción depende de nuevo de una buena fundamentación aritmética adquirida en la primaria. Con respecto a la geometría, en sexto y séptimo se empiezan a introducir los teoremas más importantes de esta rama de las matemáticas como el que dice que la suma de los ángulos de un triángulo es 180° , el Teorema de Pitágoras o el Teorema sobre ángulos entre paralelas, entre otros. Los alumnos ya están en un momento de su desarrollo intelectual que les

permite comprender y seguir razonamientos abstractos como los que están detrás de las pruebas de estos teoremas. La geometría que viene se centrará en analizar relaciones, describir movimientos y fundamentar construcciones.

Paso de lo finito a lo infinito La relación de las matemáticas de la primaria con el contexto, con lo concreto, lleva a mantenerse en el terreno de lo finito, lo que se puede contar con números enteros, así sean grandes. En séptimo el joven tiene a su haber la posibilidad de representar números tan grandes o tan pequeños como quiera; dado un número muy grande, puede escribir otros mucho más grandes, o dado un número muy pequeño, por ejemplo, entre cero y uno, puede encontrar otros mucho más pequeños. Esto lo debe llevar a plantearse preguntas como: ¿Cuántos números hay entre cero y uno? ¿Cuál es el número más grande? o ¿Cuál es el más chiquito? Problemas muy profundos que serán abordados posteriormente. La idea de infinito una de las más importantes, poderosas, complejas y retadoras de las matemáticas, empieza a emerger en estos grados. ¡En temas de proporcionalidad, en gráficos, en tablas o en sucesiones, se insinúa la idea de que las cosas pueden continuar indefinidamente así!

Paso de lo determinístico a lo aleatorio. En el área de manejo de datos se inicia en sexto y séptimo el estudio de la probabilidad, área de las matemáticas que se introdujo en los siglos XVII y XVIII y que revolucionó, igual que otras de las mencionadas antes, la concepción y el desarrollo de la ciencia. En particular, la estadística y la probabilidad ofrecen herramientas muy fuertes para describir y predecir en las ciencias sociales. Las ideas que se introducen en sexto y séptimo permiten cuantificar, describir, representar y tomar decisiones en situaciones en las cuales no se puede asegurar que algo va a suceder de manera determinista.

Estos grandes e importantes cambios hacen que las matemáticas de sexto y séptimo sean particularmente importantes y retadoras en la construcción de las ideas matemáticas escolares.

Al finalizar séptimo, el estudiante cuenta con dos de las herramientas tecnológicas más importantes de la historia de la humanidad: el sistema de los números racionales y el plano cartesiano.

Aprendizajes para el grado

ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS EN MATEMÁTICAS GRADOS 6 Y 7

PENSAMIENTO NUMÉRICO Y SISTEMAS NUMÉRICOS

- Resuelvo y formulo problemas en contextos de medidas relativas y de variaciones en las medidas.
- Utilizo números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida.
- Justifico la extensión de la representación polinomial decimal usual de los números naturales a la representación decimal usual de los números racionales, utilizando las propiedades del sistema de numeración decimal.
- Reconozco y generalizo propiedades de las relaciones entre números racionales (simétrica, transitiva, etc.) y de las operaciones entre ellos (conmutativa, asociativa, etc.) en diferentes contextos.
- Resuelvo y formulo problemas utilizando propiedades básicas de la teoría de números, como las de la igualdad, las de las distintas formas de la desigualdad y las de la adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación.
- Justifico procedimientos aritméticos utilizando las relaciones y propiedades de las operaciones.
- Formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos.
- Resuelvo y formulo problemas cuya solución requiere de la potenciación o radicación.
- Justifico el uso de representaciones y procedimientos en situaciones de proporcionalidad directa e inversa.
- Justifico la pertinencia de un cálculo exacto o aproximado en la solución de un problema y lo razonable o no de las respuestas obtenidas.
- Establezco conjeturas sobre propiedades y relaciones de los números, utilizando calculadoras o computadores.
- Justifico la elección de métodos e instrumentos de cálculo en la resolución de problemas.
- Reconozco argumentos combinatorios como herramienta para interpretación de situaciones diversas de conteo.

PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS

- Represento objetos tridimensionales desde diferentes posiciones y vistas.
- Identifico y describo figuras y cuerpos generados por cortes rectos y transversales de objetos tridimensionales.
- Clasifico polígonos en relación con sus propiedades.
- Predigo y comparo los resultados de aplicar transformaciones rígidas (traslaciones, rotaciones, reflexiones) y homotecias (ampliaciones y reducciones) sobre figuras bidimensionales en situaciones matemáticas y en el arte.
- Resuelvo y formulo problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanza y congruencia usando representaciones visuales.
- Resuelvo y formulo problemas usando modelos geométricos.
- Identifico características de localización de objetos en sistemas de representación cartesiana y geográfica.

PENSAMIENTO MÉTRICO Y SISTEMAS DE MEDIDAS

- Utilizo técnicas y herramientas para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas.
- Resuelvo y formulo problemas que involucren factores escalares (diseño de maquetas, mapas).
- Calculo áreas y volúmenes a través de composición y descomposición de figuras y cuerpos.
- Identifico relaciones entre distintas unidades utilizadas para medir cantidades de la misma magnitud.
- Resuelvo y formulo problemas que requieren técnicas de estimación.

PENSAMIENTO ALEATORIO Y SISTEMAS DE DATOS

- Interpreto y contesto preguntas relacionadas con los datos representados en histogramas, gráficos de línea, diagramas de línea, de torta, de barras.
- Represento información en tablas, gráficas de puntos y de líneas, histogramas de frecuencias absolutas y relativas, diagramas de barras, de torta y de línea.
- Las medidas descriptivas como el promedio, la moda, el rango, el mínimo y el máximo me ayudan a resumir y entender la información contenida en los datos.
- Identifico las variables cualitativas y cuantitativas en el estudio de una población, para posteriormente obtener la

muestra adecuada por experimentación o por medio de una encuesta.

- Estimo la probabilidad de un evento por experimentación repetida, que puede llevarse a cabo con la ayuda de un paquete estadístico o una hoja de cálculo.

PENSAMIENTO VARIACIONAL Y SISTEMAS ALGEBRAICOS Y ANALÍTICOS

- Describo y represento situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas).
- Reconozco el conjunto de valores de cada una de las cantidades variables ligadas entre sí en situaciones concretas de cambio (variación).
- Analizo las propiedades de correlación positiva y negativa entre variables, de variación lineal o de proporcionalidad directa y de proporcionalidad inversa en contextos aritméticos y geométricos.
- Utilizo métodos informales (ensayo y error, complementación) en la solución de ecuaciones.
- Identifico las características de las diversas gráficas cartesianas (de puntos, continuas, formadas por segmentos, etc.) en relación con la situación que representan.

METAS TRANSFERENCIAS

Los estudiantes serán capaces de utilizar autónomamente sus aprendizajes para ...

- Realizar con precisión y fluidez operaciones con números racionales.
- Redondear, aproximar, estimar y juzgar la posibilidad del resultado al realizar operaciones entre racionales.
- Trazar un par de ejes y construir un sistema de coordenadas cartesianas. Situar puntos dadas las coordenadas e identificar las coordenadas de puntos situados en el plano cartesiano y usar esa representación para resolver problemas.
- Hallar y analizar las relaciones entre los lados y los ángulos de polígonos, usando diferentes estrategias.
- Determinar razones y relaciones de proporcionalidad y representarlas en tablas y gráficas.
- Leer comprensivamente expresiones algebraicas (sencillas) ligadas a un contexto particular y usar letras para representar cantidades.
- Plantear y resolver ecuaciones lineales.
- Representar datos en diagramas de barras, de barras dobles, de torta o de línea, y hacer inferencias acerca de los datos y de las diferencias entre conjuntos de datos.
- Usar medidas estadísticas como promedio, mediana, moda, rango, para describir, resumir y comparar información de conjuntos de datos.
- Obtener muestras por medio de experimentación o valiéndose de una encuesta debidamente planeada para realizar estudios de una población o comparaciones entre poblaciones.
- Estimar la probabilidad de un evento por experimentación repetida.

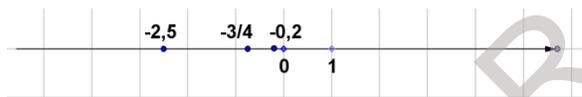
Aprendizajes en pensamiento numérico y sistemas numéricos

COMPRESIONES	PREGUNTAS ESENCIALES
<p><i>Los estudiantes comprenderán que...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Los números negativos permiten describir ciertas situaciones que no es posible hacer con los positivos. • Los números racionales son aquellos que se pueden escribir en la forma a/b o con una representación decimal finita o periódica. • Los números decimales permiten acercarse a una representación continua de la realidad. 	<p><i>Los estudiantes guiarán la comprensión en torno a las siguientes preguntas...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cómo se puede interpretar la división entre fracciones? • ¿Para qué sirven los números negativos? • ¿Cómo puedo escribir una fracción en forma decimal? • ¿Cómo se halla el MCD de dos números? • ¿Cómo se representa un número decimal en la recta?
CONOCIMIENTOS	HABILIDADES
<p><i>Los estudiantes sabrán.... (C)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Números negativos: operaciones. • Descomposición en primos. MCD, mcm. • Coordenadas cartesianas. 	<p><i>Los estudiantes tendrán habilidad para.... (H)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Representar, comparar y ordenar números racionales incluyendo los negativos, situarlos en la recta numérica y usarlos para modelar situaciones. • Realizar con exactitud y fluidez operaciones entre números racionales, incluyendo números negativos y usarlas para modelar diferentes situaciones. • Hallar los múltiplos y divisores de un número entero, descomponer números enteros en sus factores primos y hallar el MCD y el mcm de un conjunto de números enteros. • Usar la descomposición de enteros en sus factores primos para realizar operaciones con fracciones y para plantear y resolver problemas. • Situar puntos en el plano usando el sistema de coordenadas cartesianas y utilizarlos para resolver problemas. • Realizar estimaciones y cálculos aproximados e identificar cuándo se requiere un cálculo exacto y cuándo aproximado según el contexto. Indicar qué tan razonable es un resultado. • Justificar intuitivamente los algoritmos y procedimientos que usa. • Buscar patrones y regularidades que le permitan identificar características comunes en situaciones numéricas.

1. Números negativos: operaciones.

1.1. Lee, escribe y usa los números negativos para modelar diferentes situaciones y los sitúa en la recta numérica.

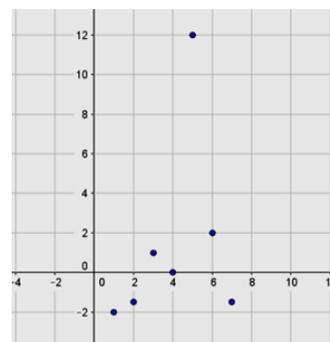
Ejemplo: Sitúa en la recta numérica los números: $-2,5$; $-3/4$, $-0,2$. Halla diferentes situaciones que se puedan representar con estos números.



1.2. Representa y comprende el significado de los números negativos en diversos contextos

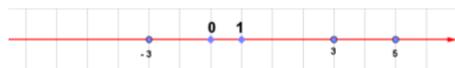
Ejemplo: Una máquina que se usa para procesar ciertos alimentos, debe mantener la temperatura más o menos dos grados alrededor de cero. La máquina reporta en una tabla la temperatura, tomada todos los días a la misma hora. Al revisar, al final de la semana, se obtiene la tabla siguiente. Hace una gráfica que muestra las temperaturas de cada día y saca algunas conclusiones sobre el funcionamiento de la máquina y sobre los alimentos producidos el día cinco. Explica en palabras qué significa la condición: “mantener la temperatura más o menos dos grados alrededor de cero”.

Día	Temperatura
1	-2°
2	$-1,5^{\circ}$
3	1°
4	0°
5	12°
6	2°
7	$-1,5^{\circ}$



1.3. Define los números enteros como todos los números naturales, el cero y sus correspondientes negativos. Usa la letra **Z** para representar los números enteros. Representa números enteros en la recta.

Ejemplo: Representa en la recta -3 , 0 , 3 y 5 . Indica la relación entre los puntos correspondientes a -3 y 3 .



1.4. Define los números racionales como todos los números enteros y los decimales correspondientes a cualquier fracción, tanto los positivos como los negativos y obviamente el cero. Los números racionales, representados por **Q**, son todos los números de la forma a/b , con a y b números enteros y

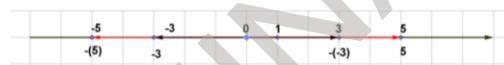
Ejemplo: Representa en una recta los números 1400 y $1400,5$



$b \neq 0$. Representa números racionales en la recta. **Nota:** Observa cómo puede representar números muy grandes, indicando un "pedazo lejano" de la recta.

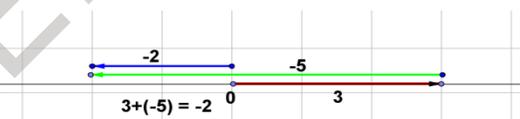
- 1.5. Representa en la recta los números con una dirección, de tal manera que $-p$ significa: "en la dirección opuesta al número p "

Ejemplo 1: El número 5 se representa en la recta como el intervalo que parte de 0; 5 unidades a la derecha; -5 es el intervalo que parte de cero, pero en la dirección opuesta, es decir, 5 unidades a la izquierda. Ejemplo 2: Como -3 se representa por el intervalo que parte de 0; 3 unidades a la izquierda, $-(-3)$ es el intervalo que parte de cero, tres unidades a la derecha.



- 1.6. Suma números racionales cualesquiera, en particular calcula sumas que incluyen números negativos y las representa en la recta. Comprende que para cualquier número p , $p+(-p)=0 = (-p)+p$.

Ejemplo 1: $3 + (-5) = -2$. Esta suma se puede interpretar como: salió de cero y caminó 3 pasos hacia la derecha y luego caminó 5 pasos hacia la izquierda y llegó al punto -2. También



llega al mismo punto (-2) si sale de cero, camina 5 pasos a la izquierda y luego 3 pasos hacia la derecha, (lo ilustra en una gráfica), entonces: $3 + (-5) = -2$ y $(-5) + 3 = -2$.

Ejemplo 2: $(-7,3) + 7,3 = 0 = 7,3 + (-7,3)$.

Ejemplo 3: $(-1,234) + (-2) = -3,234$

Ejemplo 4:

$(-1,234) + (2) = 0,766$ Traza gráficas que ilustran las operaciones anteriores.

- 1.7. Resta números racionales cualesquiera, en particular calcula restas que incluyen números negativos y las representa en la recta. Comprende que para cualquier número p (positivo o negativo), $p-p=0$. Extiende la relación entre suma y resta de los naturales a sumas y restas entre racionales: $p-q$ es el número r tal que $q+r=p$, es decir, $p-q$ es lo que hay que sumarle a q para que de p .

Ejemplo 1: $3 - 5 = ?$ $5 + ? = 3$, en la operación: $3-5$, se busca un número que sumado con 5 de 3. Luego $3 - 5 = -2$ ya que (-2) sumado a 5 da 3: $5 + (-2) = 3$ Ejemplo 2: $(-7,3) - (-7,3) = 0$, por qué? Ejemplo 3: $(-1,234) - (2) = -3,234$, porque $(-3,234 + 2) = -1,234$.

- 1.8. Multiplica números racionales cualesquiera, en particular calcula multiplicaciones que incluyen números negativos. Para que se continúen cumpliendo las propiedades de las operaciones

Ejemplo 1: $(-2,5) \times (3,01) = -7,525$ Ejemplo 2: $(-3,1) \times (-12,01) = 37,231$

cuando se realizan con números negativos, se deben cumplir las siguientes reglas: $p \times (-q) = (-p) \times q = -(pq)$ y $(-p) \times (-q) = pq$.

1.9. Divide un número racional cualquiera por otro racional diferente de cero. En particular calcula divisiones que incluyen números negativos. Para que se continúen cumpliendo las propiedades de las operaciones, cuando se realizan divisiones con números negativos, se deben cumplir las siguientes reglas:

$$p \div (-q) = (-p) \div q = -(p \div q)$$

$$y (-p) \div (-q) = p \div q.$$

1.10. Extiende la relación entre la multiplicación y la división de enteros, al cálculo de multiplicaciones y divisiones de racionales: $p \div q$ es el número r tal que $rxq = p$. O, si $rxq = p$, entonces $p \div q = r$ y $p \div r = q$

1.11. Propone y resuelve problemas de más de un paso que involucran sumas, restas, multiplicaciones, divisiones o potencias de números racionales, incluyendo números negativos.

2. Descomposición en primos. MCD, mcm.

2.1. Identifica cuándo un número entero es primo y cuándo no. Reconoce que los números 0 y 1 no son primos.

2.2. Identifica cuándo un primo es factor de un número entero. Indica cuáles son los divisores y cuáles son los múltiplos de un entero dado.

2.3 Factoriza números enteros en sus factores primos.

2.4 Halla el mínimo común múltiplo, **mcm** y el máximo común divisor, **MCD**, de un conjunto de números

Ejemplo 1: $(2,5) \div (-3,01) = -0,83$ Ejemplo 2: $(-33,1) \div (-12,01) = 2,756$

Ejemplo 1: $(2,5) \div (-4)$ es un número r tal que $rx(-4) = 2,5 : r = -0,625$. Ejemplo 2: $30 \div (-4)$. Como $(-7,5) \times (-4) = 30$ entonces $30 \div (-4) = -7,5$ Ejemplo 2: Averigua cómo se maneja el problema del residuo, al dividir números negativos.

Ejemplo: Propone un problema que incluya la operación: $(-5)[11.2 + (-3,4)]$

Ejemplo: Indica cuáles de los siguientes números son primos y cuáles no. Explica y justifica su procedimiento. 89, 343, 100, 127

Ejemplo: Hace la lista de los divisores de 360 y halla cinco de sus múltiplos.

Ejemplo 1: Factoriza el número 60 en sus factores primos. Justifica por qué son todos y explica el procedimiento que siguió.

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

60 = 2x2x3x5

Ejemplo 2: Averigua en internet cómo factorizar un número en sus factores primos, para qué se usa y qué dificultades presenta.

Ejemplo: Halla el MCD y el mcm de los números: 240, 360 y 300. Explica cómo lo hizo y por qué su respuesta

enteros.

2.5 Usa el mcm y el MCD de un conjunto de números para plantear y resolver problemas.

2.6 Conoce y usa diferentes maneras de averiguar si un número es divisible por otro.

es correcta.

Ejemplo: En un supermercado hay 240 cajas de galletas, 360 botellas de vino y 300 cajas de chocolates. El gerente decide hacer una promoción para navidad, pero quiere empaquetar cajas con exactamente la misma cantidad de productos de cada clase en cada una. ¿Cuántas cajas puede hacer y cuántos productos de cada clase debe empaquetar en cada caja? ¿Hay varias maneras de hacerlo? ¿Por qué?

Ejemplo 1: Muestra por qué, si la suma de los dígitos de un número es un múltiplo de tres, entonces el número es divisible por tres. ¿Vale lo mismo para otros casos? Por ejemplo, para averiguar ¿cuándo un número es divisible por 5? Ejemplo 2: Halla los múltiplos de 11 de 1 a 20. Busca algunas regularidades y conjetura una regla para averiguar cuándo un número es divisible por 11. Verifica su regla en algunos casos particulares y trata de probar, que en general funciona. Haz algo similar con otros números.

Aprendizajes en pensamiento espacial y sistemas geométricos

COMPRESIONES	PREGUNTAS ESENCIALES
<p><i>Los estudiantes comprenderán que...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • La geometría, como dijera Felix Klein, es el estudio de invariantes bajo transformaciones geométricas. • Establecer una correspondencia entre los números y los puntos de una recta y las parejas de números y los puntos de un plano, permite analizar situaciones geométricas con herramientas algebraicas y viceversa. 	<p><i>Los estudiantes guiarán la comprensión en torno a las siguientes preguntas...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué relación hay entre un conjunto de puntos y el conjunto de parejas de números que los representan? • ¿Cómo se encuentra la imagen de un gráfico por una reflexión, una rotación o una traslación? • ¿Qué es la forma? • ¿Cómo se puede identificar que dos cosas tienen la misma forma si son de diferente tamaño? • ¿Qué relación hay entre un conjunto de puntos y el conjunto de parejas de números que los representan?
CONOCIMIENTOS	HABILIDADES
<p><i>Los estudiantes sabrán.... (C)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Ángulos • Ampliar o reducir. Escalas • Transformaciones geométricas: rotación, traslación, reflexiones • Coordenadas cartesianas 	<p><i>Los estudiantes tendrán habilidad para.... (H)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Reconocer y trazar ángulos de diferentes tipos. • Conocer y aplicar los principales teoremas acerca de ángulos en el plano: ángulos en un triángulo, ángulos formados por el corte de dos paralelas por una secante. • Hallar la imagen de una figura geométrica sencilla por una rotación, una traslación o una reflexión. Reconocer qué características de la figura permanecen invariantes. • Trazar un sistema de coordenadas cartesianas y situar puntos dadas sus coordenadas o averiguar las coordenadas de puntos. • Utilizar las coordenadas cartesianas para resolver problemas geométricos, así como para plantear y resolver problemas en muchos contextos. • Justificar sus afirmaciones con argumentos intuitivos.

Evidencias, actividades de aprendizaje y recomendaciones pedagógicas

1. Ángulos

1.1. Construye, nombra y mide correctamente ángulos rectos, llanos, agudos, obtusos. Construye un ángulo congruente con un ángulo dado.

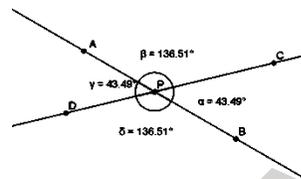
Ejemplo: Usando una regla y un transportador construye un triángulo cuyos ángulos midan 30°, 60° y 90° grados.

1.2. Traza dos líneas que se cortan en un punto P y analiza la magnitud de todos los ángulos que forman las dos líneas alrededor de P. Muestra cuáles ángulos son iguales. Estas parejas de

Ejemplo: Traza una gráfica como la siguiente y muestra que los ángulos $\alpha = \text{BPC}$ y $\gamma = \text{APD}$ son iguales, así como los ángulos $\beta = \text{CPA}$ y $\delta = \text{DPB}$. También son iguales. Estas parejas de ángulos se

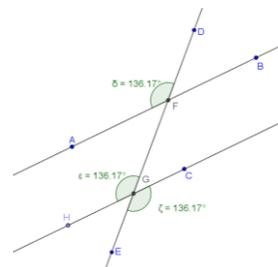
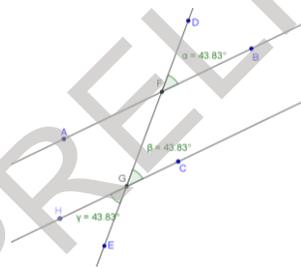
ángulos se denominan “opuestos por el vértice”. Para demostrar que los ángulos α y γ son iguales, (ver figura) basta ver que $\alpha + \beta = dos\ rectos$ y $\beta + \gamma = dos\ rectos$, luego, restando estas dos igualdades se obtiene que $\alpha - \gamma = 0$ y por tanto $\alpha = \gamma$

denominan “opuestos por el vértice”. Para demostrar que los ángulos α y γ son iguales, basta ver que $\alpha + \beta = dos\ rectos$ y $\beta + \gamma = dos\ rectos$, luego, restando estas dos igualdades se obtiene que $\alpha - \gamma = 0$ y por tanto $\alpha = \gamma$.



1.3. Traza dos rectas paralelas cortadas por una secante e identifica cuáles de los ángulos que se forman en los cortes son iguales y por qué.

Ejemplo 1: Muestra que los ángulos α y β (DFB y FGC) son iguales y demuestra por qué es así. Muestra que los ángulos AFG y FGC también son iguales. Muestra que los ángulos DFA y FGH también son iguales, por razones similares a las aducidas para demostrar la igualdad entre α y β . Ejemplo 2: Analiza

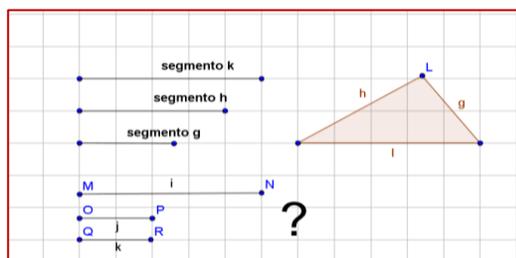


y justifica qué relación hay entre los ángulos BFG y FGH, y entre los ángulos DFB y FGH.

2. Triángulos y polígonos

2.1. Construye triángulos cuyos lados tengan diferentes longitudes y analiza qué relación debe haber entre las longitudes de los lados de un triángulo. Analiza la relación entre las longitudes de los lados y el tamaño de los ángulos de un triángulo.

Ejemplo 1: En grupos toman varios espaguetis crudos y los parten en pedazos de diferentes tamaños. Toman grupos de 3 pedazos de espagueti (de diferentes tamaños) y determinan cuándo pueden construir con ellos un triángulo y cuándo no. Hacen una conjetura y buscan argumentos que la



justifiquen.

2.2. Muestra, que para cualquier triángulo que construya, la suma de las longitudes de dos lados es mayor que la longitud del tercero. Esta es la “desigualdad del triángulo”, relación muy importante entre los lados del triángulo. Justifica esa propiedad mostrando que es consecuencia de que: “el segmento recto de A a B es el camino más corto entre A y B”.

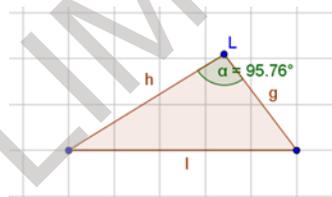
2.3. Traza un triángulo cualquiera, con lados de diferente longitud, mide los lados y mide los ángulos. Muestra que frente al lado más largo está el ángulo más grande y viceversa. Mira si eso sucede siempre y da una explicación intuitiva de por qué es así.

2.4. Muestra que la suma de los ángulos internos de un triángulo es igual a 180° .

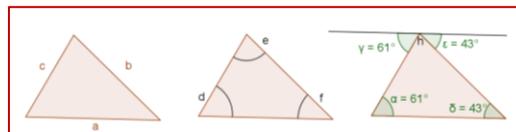
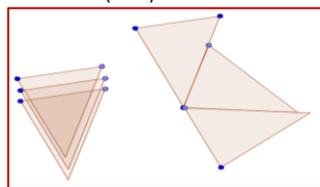
2.5. Analiza las relaciones entre los ángulos y lados en triángulos rectángulos, triángulos isósceles y triángulos equiláteros.

Ejemplo: Construye un par de triángulos usando pedazos de espagueti de diferentes tamaños, y comprueba que satisfacen la desigualdad del triángulo.

Ejemplo: Muestra que frente al lado más largo está el ángulo más grande. Mira si eso sucede siempre y da una explicación intuitiva de por qué es así. Muestra que frente al ángulo más pequeño está el lado más pequeño.

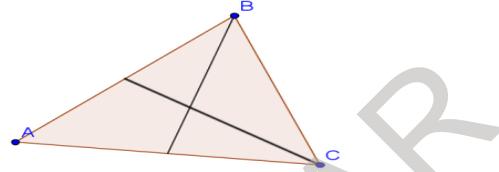


Ejemplo 1: Traza un triángulo cualquiera en una hoja de papel, recorta las puntas y las une. También puede recortar tres triángulos iguales y unir los diferentes ángulos. Ejemplo 2: Demuestra que la afirmación: “la suma de los ángulos internos de un triángulo es igual a 180° ” es cierta, usando las relaciones entre los ángulos determinados por dos paralelas y una secante (1.4)



Ejemplo 1: Traza, usando solamente una regla y un compás (no una escuadra), un triángulo rectángulo, un triángulo isósceles y un triángulo equilátero. Ejemplo 2: Si tiene un computador disponible, utiliza algún software geométrico como Geogebra para

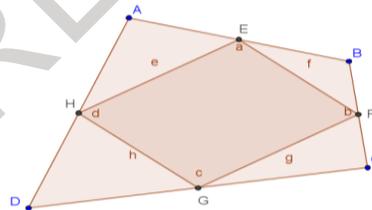
explorar las propiedades de los ángulos y lados en triángulos rectángulos, isósceles y equiláteros. Ejemplo 3: Traza un triángulo cualquiera (puede usar un software geométrico como Geogebra, si tiene un computador disponible). Traza los segmentos que



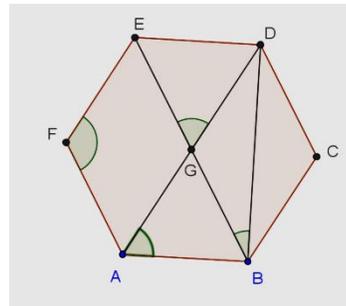
van de cada vértice al punto medio del lado opuesto y observa qué sucede. Mueve el triángulo inicial y observa si se mantiene lo que observó al principio. Busca una justificación.

2.6. Analiza las propiedades de los lados y los ángulos de algunos cuadriláteros y polígonos regulares. Si tiene un computador disponible, utiliza algún software geométrico como Geogebra para explorar las propiedades

Ejemplo 1: Traza un cuadrilátero ABCD. Halla los puntos medios de cada lado y los une para formar un cuadrilátero EFGH. ¿Qué nota de ese cuadrilátero? ¿Siempre será así? ¿Por qué?

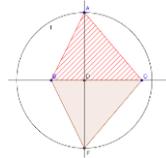


Ejemplo 2: Si ABCDEF es un hexágono regular, ¿qué puede decir del triángulo EGD y por qué? ¿Cuánto miden los ángulos que aparecen en la gráfica? Trace la circunferencia con centro en G, que pasa por todos los vértices del hexágono.



2.7. Usa la regla y el compás para construir figuras simétricas a figuras dadas. La simetría es una propiedad de la forma muy importante en la naturaleza y el diseño. Averigua cómo se define la simetría. ¿Cuándo una figura geométrica es “simétrica”? Qué es un eje de simetría?

Ejemplo: Dibuja un triángulo cualquiera y construye un triángulo simétrico a él usando como eje de simetría alguno de sus lados. En la gráfica, ¿cuáles

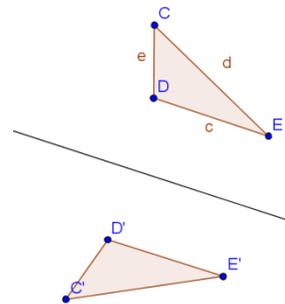


triángulos son simétricos?

3. Transformaciones geométricas: rotación, traslación, reflexiones

3.1. Define intuitivamente y aplica la reflexión de una figura con respecto a un punto y la reflexión de una figura con respecto a una recta.

Ejemplo 1: Toma una hoja de papel, la dobla por la mitad y traza una recta por el doblez. Traza una figura cualquiera sobre media hoja y, ayudándose del vidrio de una ventana, dibuja la figura simétrica con respecto a la recta que trazó por la mitad de la hoja. ¿Qué relación hay entre las dos figuras? Ejemplo 2: En parejas toman un espejo y por turnos uno se mira en el espejo y el otro observa la cara del compañero y su imagen en el espejo. Anotan y discuten lo que observan. Ejemplo 3: Hace un triángulo T con un pedacito de cartulina, cartón, plástico o cualquier material duro desechable. (Constrúyalo y trátelo con



cuidado, porque va a usar ese triángulo muchas veces). Traza una recta L sobre una hoja, dibuja T en la hoja y luego halla la imagen de T por la reflexión con respecto a la recta L. Analiza las longitudes de los lados, los ángulos y la forma de la figura resultante. ¿Qué relación hay entre el segmento EE' y el eje de simetría? ¿Cuál es la imagen del segmento CE y qué relación hay entre estos dos segmentos? Puede utilizar una aplicación geométrica como Geogebra y un sistema de coordenadas cartesianas.

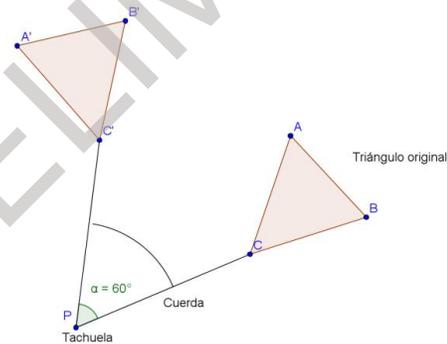
3.2. Analiza que se obtiene si se toma un triángulo y se refleja primero con respecto a una recta y el triángulo resultante se refleja con respecto a otra recta. ¿Qué pasa si las rectas son paralelas? ¿Si se cortan?

Ejemplo: Traza dos rectas L y M y usa el triángulo T que construyó para reflejarlo primero sobre la recta L y luego su imagen sobre la recta M. Analiza el resultado cuando L es paralela a M y cuando L y M se cortan en un punto P. Puede utilizar una aplicación

geométrica como Geogebra y un sistema de coordenadas cartesianas para facilitar el trabajo.

3.3. Define y aplica la rotación con respecto a un centro P y con un ángulo de rotación dado.

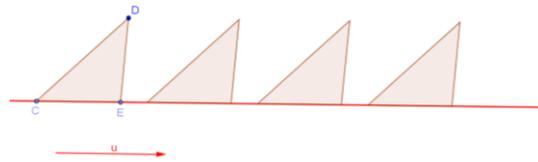
Ejemplo 1: Averigua qué significa rotar en el sentido de las manecillas del reloj y qué significa rotar en sentido contrario a las manecillas del reloj. Ejemplo 2: Toma el triángulo T construido antes y lo fija a un palito de paleta o una cuerda en los puntos B y C, y fija el palito o la cuerda a la mesa con una tachuela sobre una hoja de papel en el punto P. Dibuja el triángulo T en la hoja y luego traza la imagen de T por la rotación con centro en un punto P y un ángulo de 60° . Debe mantener la cuerda formando una recta entre B, C y P. Analiza las longitudes de los lados, los ángulos y la forma de la figura resultante. ¿Cuál es la imagen del punto A? ¿Cuál es la imagen del segmento AB? ¿Qué relación hay entre el segmento AB y su imagen? Puede utilizar una aplicación



3.4. Define y aplica una traslación con respecto a cierto vector v . El vector v es una flecha y es indispensable pues indica la dirección, (la recta sobre la que se va a deslizar la figura), el sentido, (si se va a mover hacia adelante o hacia atrás), y la distancia que se debe mover cada punto por la traslación.

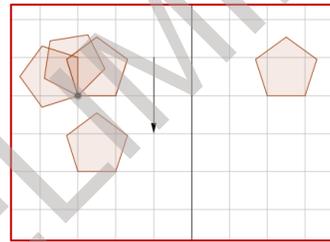
geométrica como Geogebra y un sistema de coordenadas cartesianas para facilitar el trabajo.

Ejemplo 1: En una hoja trace una recta que le servirá de camino. Tome el triángulo T construido antes, dibújelo en la hoja, como en la gráfica. Deslícelo sobre la recta y pínchelo de nuevo. Obtiene la imagen del triángulo T por una traslación. Analiza las longitudes de los lados, los ángulos y la forma de la figura resultante. ¿Cuál es la imagen del segmento ED por la traslación? ¿Qué relación hay entre el segmento ED y su imagen? ¿Entre el ángulo CDE y su imagen? En la gráfica, ¿qué papel juega el vector v ? Puede utilizar una aplicación geométrica como Geogebra y un sistema de coordenadas cartesianas para facilitar el trabajo.



3.5. Reconoce y traza imágenes de un polígono por una transformación geométrica.

Ejemplo1: Utilizando un geoplano o una hoja cuadriculada traza un polígono cualquiera. Luego traza la imagen por una reflexión, por una rotación y por una traslación. En cada caso debe determinar cada transformación indicando la recta sobre la que se refleja, el ángulo y el centro o el vector de traslación, según el caso. Ejemplo 2: Reconoce en la gráfica cuáles transformaciones geométricas se utilizaron para trazar los polígonos.



3.6. Determina algunas circunstancias de la vida diaria en que se hacen reflexiones, rotaciones y traslaciones.

Ejemplo 1: Busca en internet una imagen de alguno de los mosaicos de la bóveda del mausoleo de Galla Placidia en Ravena. Analiza donde se presentan reflexiones, traslaciones, rotaciones o simetrías. Averigua acerca de cuándo se construyó, dónde está situado y quién era Galla Placidia. Ejemplo 2: Busca en internet una imagen de alguno de los mosaicos de la Alhambra y analiza donde se presentan reflexiones, traslaciones, rotaciones o simetrías. Ejemplo 3: Observando los dos ejemplos famosos anteriores, construye un mosaico usando reflexiones, traslaciones, rotaciones y simetrías. Ejemplo 4: En grupos de tres, se sitúan en una posición inicial en un sitio con baldosines. Uno de los tres indica una transformación geométrica (por ejemplo: rotación 90° en el sentido de las manecillas del reloj o traslación tres baldosines a la derecha y dos arriba) y los otros dos mueven su cuerpo siguiendo esa instrucción. Luego cambian los roles.

4. Coordenadas cartesianas.

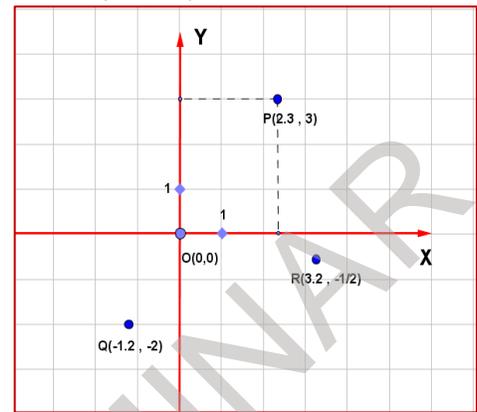
4.1. Define un sistema de coordenadas a partir de un par de ejes perpendiculares; al punto de corte lo llama origen O, a la recta horizontal eje X y a la recta vertical eje Y. Asigna al punto de corte el cero de cada eje,

Ejemplo 1: Si se escribe: (2,3,5) podría ser: (2,3, 5) 0 (2, 3,5), por eso se se escribirá, como se suele escribir: (2.3, 5). Ejemplo 2: Si le dan la pareja de números

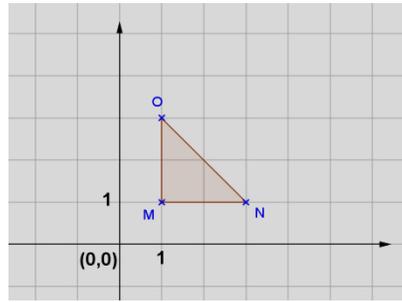
escoge otro punto en el eje horizontal a la derecha del cero y le hace corresponder el uno y otro punto en el eje vertical arriba del cero y le hace corresponder el uno. Escoge la misma distancia entre cero y uno en ambos ejes. Si le dan un par de números enteros, fraccionarios o decimales, (a, b) , sitúa sobre el eje X el primer número a , sobre el eje Y el segundo número b . Llama abscisa al primer número (a en (a, b)) y ordenada al segundo (b en (a, b)). Sitúa los números positivos a la derecha y arriba de cero y los negativos a la izquierda y debajo de cero. Si le dan un par de números: (x, y) , halla el punto sobre el eje de las **X** correspondiente a x y el punto sobre el eje **Y** correspondiente a y , encuentra la intersección de las rectas paralelas a los ejes que pasen por esos puntos y el punto de intersección es el punto de coordenadas (x, y) . Si le dan un punto, halla aproximadamente las coordenadas. Identifica cada eje con **X** o **Y** y coloca una flecha al final de la parte positiva para indicar hacia dónde va a tomar los positivos. ¡No puede haber flechas en todas las direcciones! **Nota:** Para no confundir la coma que separa los decimales con la coma que separa los dos números en las coordenadas de un punto P , se usa el punto para separar los decimales y la coma, como es usual en todo el mundo, para separar las dos coordenadas.

4.2. Usa las coordenadas cartesianas para resolver distintos tipos de problemas. Ejemplo 1: Averigua en el colegio y hace una tabla con el número de alumnos por grado, de primero a quinto. Representa los datos en una gráfica de puntos

$(2.3, 3)$ halla el punto P en el plano de coordenadas $(2.3, 3)$. Localiza el punto Q de coordenadas $(-1.2, -2)$. Si le dan un punto R en el plano, encuentra (aproximadamente) las coordenadas correspondientes a R : $(3.2, -1\frac{1}{2})$.



Ejemplo 2: Muestra, con argumentos algebraicos o geométricos, que el triángulo de vértices $M(1,1)$, $N(3,1)$ y $O(1,3)$ es un triángulo rectángulo. Halla el área del triángulo. No basta decir que: “el ángulo OMN se ve recto” o que está sobre la cuadrícula y por tanto es recto! Halla las coordenadas del punto medio entre los puntos M y N . Halla las coordenadas de los vértices del triángulo que se forma al reflejar el triángulo OMN sobre el eje X , al rotar el triángulo OMN con centro en el punto M y ángulo de 90° y al trasladarlo 3 unidades hacia la izquierda, paralelo al eje X . Traza las gráficas correspondientes.



VERSIÓN PRELIMINAR

Aprendizajes en pensamiento métrico y sistemas de medidas

COMPRESIONES	PREGUNTAS ESENCIALES
<p><i>Los estudiantes comprenderán que...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> Las homotecias son la base del diseño porque permiten representar objetos en una hoja manteniendo la forma y la clave para agrandar. Por medio de homotecias es posible representar lugares y distancias muy grandes en una hoja. Por medio de razones entre cantidades se puede medir el cambio. Para medir áreas de figuras cualesquiera bastas descomponerlas en figuras conocidas. 	<p><i>Los estudiantes guiarán la comprensión en torno a las siguientes preguntas...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ¿Cómo se calcula una distancia real a partir de un mapa? ¿Qué diferencia hay entre velocidad promedio y velocidad uniforme?
CONOCIMIENTOS	HABILIDADES
<p><i>Los estudiantes sabrán.... (C)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> Escala Velocidad uniforme, velocidad promedio Descomposición de figuras planas 	<p><i>Los estudiantes tendrán habilidad para.... (H)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> Usar medidas de diferentes magnitudes en la solución de problemas reales e hipotéticos Usar escalas para poder plasmar la realidad en el papel conservando proporciones e interpreta datos dados a escala. Usar los conceptos de velocidad promedio y velocidad uniforme en la solución de problemas. Descomponer una figura plana en otras figuras para calcular su área.

Evidencias, actividades de aprendizaje y recomendaciones pedagógicas

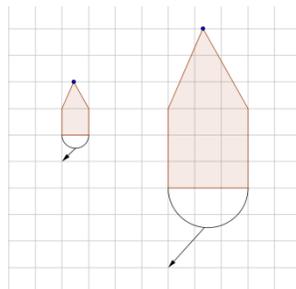
1. Uso de Escalas

1.1. Usa escalas para manipular e interpretar la representación de distancias, manteniendo las proporciones.

Ejemplo. En un mapa que tiene una escala 1 cm: 25 km (un centímetro en el mapa equivale a 25 km en la realidad, 0.01:2 500 000), se mide una distancia aproximada de 16 cm entre Bogotá y Medellín, y utilizando una cuerda, una distancia aproximada, de 15 cm por la carretera 45A, entre Bogotá y Bucaramanga. Estima la distancia entre Bogotá y Medellín y entre Bogotá y Bucaramanga. Si le quiere pasar este dato a un estadounidense que está acostumbrado a la medida de estas distancias en millas y un kilómetro tiene 0,621371 millas, ¿cuál es la distancia estimada entre Bogotá y Medellín en millas?

1.2. Agrandando o achicando dibujos usando una escala.

Ejemplo: Usando una hoja de papel cuadrado, amplía un dibujo simple en escala de 1:3.



1.3. Utiliza la medición de la velocidad para resolver problemas cotidianos. Entiende la diferencia entre velocidad uniforme y velocidad promedio.

Ejemplo. Un carro demora 7 horas y 22 minutos en viajar de Bogotá a Bucaramanga, que queda a una distancia de 398 km, su velocidad promedio es de $\frac{398 \text{ km}}{7 + \frac{22}{60} \text{ horas}} \approx 54 \text{ km/h}$. En este viaje la velocidad no es constante durante todo el trayecto, puede haber cambiado de velocidad, incluso puede haber parado (velocidad cero durante algún tiempo). Si supone ahora que mantuvo una velocidad uniforme de 60 km/h durante todo el trayecto, el tiempo que tarda en llegar de Bogotá a Bucaramanga es de $t = \frac{398 \text{ km}}{60 \text{ km/h}} = 6.633\bar{3} \text{ horas} = 6 \text{ horas } 38 \text{ minutos}$. Hace un cálculo similar para un viaje entre Pasto y Santa Marta. Busca en internet un mapa de Colombia e identifica las diferentes opciones de carreteras que hay y calcula la distancia, el tiempo y la velocidad según la carretera que tome. Hace las conversiones necesarias para pasarle esta información a un estadounidense, acostumbrado a medir distancias en millas.

2. Cálculo del área de figuras planas.

2.1. Calcula el área de figuras planas mediante descomposición en otras figuras de área conocida.

Ejemplo 1. Considere el polígono de 5 lados ubicado en el plano, con vértices en $(0,0)$, $(1,1)$, $(3,1)$, $(3,0)$, $(4,-1/2)$. Para calcular el área del polígono la descompone en el área del triángulo rectángulo con vértices $(0,0)$, $(1,1)$, $(1,0)$, más el área del rectángulo con vértices $(1,1)$, $(3,1)$, $(3,0)$ y $(1,0)$, más el área del triángulo con vértices $(0,0)$, $(4,-1/2)$, $(3,0)$. Calcula el perímetro de esa figura usando una cuerda o una regla. Ejemplo 2: Calcula el área y el perímetro de la figura, si el lado de cada cuadro representa 2,5m.

Aprendizajes en pensamiento variacional, sistemas algebraicos y analíticos

COMPRESIONES	PREGUNTAS ESENCIALES
<p><i>Los estudiantes comprenderán que...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> Las razones y proporciones determinan relaciones entre cantidades que ligan la aritmética y la geometría y se aplican en medición, en escalas, en definir la forma, en porcentajes, pero espacialmente en comparar y medir el cambio. 	<p><i>Los estudiantes guiarán la comprensión en torno a las siguientes preguntas...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ¿Cuándo hay una relación de proporcionalidad directa entre dos cantidades? ¿Para qué sirven las proporciones? ¿Qué relación hay entre trabajar con letras y trabajar con números?
CONOCIMIENTOS	HABILIDADES
<p><i>Los estudiantes sabrán.... (C)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> Proporcionalidad. Porcentajes Tablas y gráficas de puntos Expresiones algebraicas lineales. Ecuaciones lineales. Patrones y sucesiones. 	<p><i>Los estudiantes tendrán habilidad para.... (H)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> Identificar relaciones de proporcionalidad directa entre dos variables y representar la relación con tablas, gráficas. Relacionar el cálculo de porcentajes con la proporcionalidad directa. Describir y analizar relaciones dadas en tablas o gráficas. Elaborar tablas o gráficas de puntos. Escribir, leer y evaluar expresiones en las que las letras representan números en diferentes contextos. Simplificar expresiones lineales. Plantear y resolver ecuaciones lineales usando métodos concretos, intuitivos y formales. Identificar el patrón y expresar la n-ésima posición en términos de n en una sucesión sencilla.

1. Identifica relaciones de proporcionalidad directa entre dos variables y representa la relación con tablas, gráficas. Relaciona el cálculo de porcentajes con la proporcionalidad directa.

1.1. Identifica cuándo hay y cuándo no hay una relación de proporcionalidad directa entre dos cantidades que varían. En cada uno de los siguientes ejemplos representa la situación en una tabla y una gráfica y justifica por qué se trata o no se trata de una relación de proporcionalidad directa.

Ejemplo 1: Mateo vende helados. Cada helado vale \$1000 pero por cada 5 helados que le compren regala uno. Ejemplo 2: La relación entre el lado y el área de un cuadrado. Ejemplo 3: La relación entre la longitud de la base y la longitud de la altura en un rectángulo cuya área es fija y mide 100cm^2 . Ejemplo 4: Juan tiene 3 años y su hermano Ignacio 6. Hace una tabla con las edades de los dos niños cada año a lo largo de 10 años y determina si la relación entre ellas es directamente proporcional o no.

1.2. Reconoce situaciones de variación inversamente proporcional y las representa en gráficas y tablas.

Ejemplo 1: Diez perros consumen 20 kilos de comida en 8 días. Carmen compra 20 kilos de comida, para 10 perros. Por cada perro menos, ¿cuántos días más le dura la comida? Si tiene 6 perros, ¿cuánto le dura la comida? Hace una tabla donde muestra la relación entre el número de perros entre 1 y 10 y el número de días. Ejemplo 2: Andrés recorre una distancia de 15 kilómetros de la casa a la escuela en bicicleta, a una velocidad de 10 kilómetros por hora. ¿Cuánto tiempo gasta en el recorrido? Si aumenta la velocidad un 20%, ¿cuánto tiempo gasta en el recorrido? ¿Si aumenta la velocidad al doble? Hace una tabla y una gráfica para mostrar la relación entre la velocidad y el tiempo, si la distancia recorrida es la misma.

1.3. En una situación de proporcionalidad directa halla la constante de proporcionalidad, explica su significado y representa la situación en una tabla y una gráfica

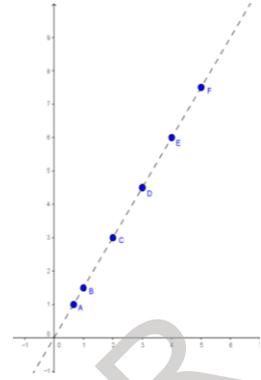
Ejemplo: Para hacer una jarra de jugo se mezclan 3 tazas de jugo de naranja y dos tazas de jugo de mandarina. Halla la constante de proporcionalidad y representa la situación en una tabla y una gráfica.

1.4. Analiza y representa en tablas, ecuaciones y gráficas relaciones de proporcionalidad directa.

Ejemplo: Para elaborar pintura naranja se mezclan 2 porciones de pintura amarilla y tres porciones de pintura roja. Halla una ecuación que relaciona la cantidad de cada una de las pinturas. Elabora una tabla, variando entre 1 y 6 las porciones de pintura amarilla y traza una gráfica.



AMARILLA	ROJA	PUNTS
0,67	1	A
1	1,5	B
2	3	C
3	4,5	D
4	6	E
5	7,5	F



1.5. Busca ejemplos de su contexto donde se presenten relaciones de proporcionalidad directa e inversa. Explica con ejemplos, la diferencia entre una relación creciente y una relación de proporcionalidad directa y una relación decreciente y una relación de proporcionalidad inversa.

Ejemplo: Analiza la relación entre el área de un cuadrado y el lado y la compara con la relación entre el área y el lado de un rectángulo de base constante igual a 2.

1.6. Relaciona situaciones de proporcionalidad directa con porcentajes.

Ejemplo 1: Para elaborar pintura naranja se mezclan 2 porciones de pintura amarilla y tres porciones de pintura roja y se obtienen 5 porciones de pintura naranja. ¿Qué porcentaje de pintura roja y qué porcentaje de pintura amarilla hay en la mezcla final? Si se tiene un galón de pintura roja, ¿cuántos galones de pintura naranja se pueden fabricar y cuántos galones de pintura amarilla se necesitan? Si se requieren 10 litros de pintura naranja, ¿cuántos litros de pintura de cada color se necesitan? Si a un balde con pintura naranja se agrega un litro de pintura amarilla y la mezcla final tiene la misma cantidad de cada color. ¿Cuántos litros de pintura amarilla había inicialmente en el balde? Ejemplo 2: Carlos tiene \$100 000 en el banco. Luisa le dice: yo tengo el 20% más que tú. Y Carlos responde: entonces yo tengo el 20% menos que tú. Muestra por qué Carlos está equivocado.

1.7 Usa las nociones de proporcionalidad directa para analizar mapas, maquetas o fotos.

Ejemplo 1: En un mapa de una ciudad, hecho con una escala de 1cm:30m una plaza rectangular tiene dimensiones 2cm por 3cm. Cuáles son las medidas reales de la plaza? ¿Qué relación hay entre el área de la plaza del mapa y el área de la plaza real?

Usa los distintos sistemas numéricos sus propiedades y sus operaciones para resolver problemas que involucren porcentajes.

1.8. Usa sus conocimientos para juzgar situaciones cotidianas y tomar decisiones.

Ejemplo 1: Cuando un cliente compra un objeto en una tienda tiene que pagar el valor del objeto más el 16% de impuesto IVA. Si por la compra de una TV paga

1.9. Resuelve problemas que involucran situaciones de matemáticas financieras.

la suma de \$1.150.000, IVA incluido, ¿Cuál es el precio de la TV sin IVA? Ejemplo 2: Cada alumno busca en el periódico una noticia que se base en el estudio de diferentes porcentajes y la lleva a clase. En grupos de tres escogen una, analizan la validez de las conclusiones del periódico y escriben la noticia con sus palabras. Ejemplo 3: Qué diferencia hay entre las siguientes afirmaciones: “El precio de ese artículo subió el 200%”. “Este artículo vale ahora el 200% de lo que valía el año pasado”.

Ejemplo 1: Conoce y puede deducir las fórmulas de interés compuesto. Si quiere colocar un millón de pesos en una cuenta de ahorros en un banco que paga un interés compuesto de 15% efectivo anual capitalizado mensualmente ¿Cuánto recibe al cabo de 3 años, si no ha tocado ese dinero? Ejemplo 2: Jaime tiene \$10 millones y quiere ahorrarlos. Un banco le ofrece el 8% por adelantado cada trimestre y otro le ofrece el 8.5% al finalizar cada trimestre. Si va a dejar la plata 2 años y va a capitalizar todos los intereses durante ese tiempo, ¿cuál oferta es mejor? Ejemplo 3: María es vendedora de carros y tiene dos opciones de trabajo: la primera es en una agencia de carros finos, el costo promedio por carro es de \$150 millones, la comisión por venta es del 2% y le han dicho que se venden 3 carros cada dos meses. La otra es de carros baratos, el precio promedio es \$20 millones, la comisión del 5% y ella cree que puede vender alrededor de un carro semanal. Cuál oferta debería aceptar y por qué?

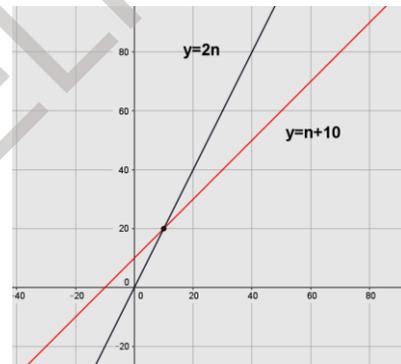
2. Describe y analiza relaciones dadas en tablas o gráficas. Elabora tablas o gráficas de puntos.

2.1. A partir de una gráfica o una tabla que representa la relación entre dos variables, interpreta y saca conclusiones acerca de la relación.

Ejemplo: Un edificio tiene 8 pisos y 3 sótanos. La gráfica muestra el desplazamiento del ascensor durante 10 minutos. En el eje X está el tiempo y en el eje Y la distancia entre el ascensor y el primer piso. La unidad en el eje X es un minuto y la unidad en el eje Y es la altura de un piso. ¿Cuánto se demoró en subir al sexto piso? ¿En qué piso se demoró más? ¿Qué pasó entre el minuto 4 y el minuto 9? Descríbalo en palabras. ¿Cuál fue el piso máximo al que subió y el sótano más abajo al que llegó el ascensor en esos 10 minutos? ¿En qué intervalo de tiempo subió más rápido? ¿Cómo lo supo? ¿En qué intervalo de tiempo bajó más rápido? Hace una tabla que muestra el tiempo y el piso en el que se hallaba el ascensor en ese momento.



Ejemplo 2: Traza una gráfica para representar en el mismo sistema de coordenadas las expresiones $y = 2n$ y $y = n + 10$. Compara y establece algunas conjeturas. ¿Para qué valores de n son iguales? Si un comerciante vende dos tipos de artículos con el primero las ganancias se comportan como la primera expresión: $y = 2n$, y con el segundo artículo las ganancias se comportan como la segunda expresión: $y = n + 10$. ¿Cuál artículo le conviene más vender? ¿Cuál, si vende menos de 10 unidades? ¿Cuál, si vende 30 unidades en promedio?



3. Escribe, lee, evalúa y simplifica expresiones en las que las letras representan números en diferentes contextos.

3.1. Simplifica expresiones lineales. Utiliza las propiedades de las operaciones entre números para simplificar expresiones de la forma $ax + b = c$, donde a, b, c son números racionales.

Ejemplo 1: Simplifica la expresión $-3(2x - 4) + 4x$.

Ejemplo 2: Simplifica la expresión $\frac{3x}{2} - \frac{3(x-1)}{4}$

3.2. Evalúa expresiones en las que las letras representan números en distintos contextos

Ejemplo: En una empresa consideran que las ganancias dependen del número de productos que vendan, según la relación dada por la siguiente expresión:

$g = 100x^2 - 50x + 200$. Si un mes venden 1000 unidades, ¿cuáles serán las ganancias? Elabora una tabla.

3.3. Utiliza los símbolos: $<$, $>$, \leq y \geq para indicar relaciones entre números. Las representa en una

Ejemplo 1: $-2 \leq 0$ indica que el número -2 es menor o igual que el número cero. Ejemplo 2: $-2 \leq -0,107$

recta.

≤ 0 indica que el número 0,107 es mayor o igual que -2 y menor o igual que cero. Ejemplo 3: La relación: $-2 \leq -2,107 \leq 0$ es falsa ya que el número -2,107 si es menor que cero, pero no es mayor o igual que -2. Ejemplo 4: $-2 \leq x \leq 0$ indica que se trata de un número x cualquiera que está entre el número -2 y el número cero, y que puede ser igual a cualquiera de esos dos. Por ejemplo, $x = -1,753$ satisface esa condición.



4. Simplifica expresiones lineales. Plantea y resuelve ecuaciones lineales usando métodos concretos, intuitivos y formales

4.1. Representa e interpreta relaciones de la forma $y = ax + b$.

Ejemplo 1: Si una fotocopia cuesta \$ 100 en el barrio, expresa en forma simbólica la expresión que relaciona el número n de fotocopias y el costo C de esas fotocopias: $C = 100n$. Hace una tabla para relacionar el número de fotocopias y su costo y representa gráficamente los resultados. ¿Qué tipo de gráfica debe hacer? ¿De puntos o de líneas?

# FOTO-COPIA	PRECIO
1	100
2	200
3	300
4	400
5	500
6	600
...	...
12	1200

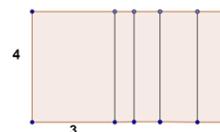
4.2. Soluciona ecuaciones en una variable, con coeficientes racionales.

Ejemplo 1: Halla el valor de x en la ecuación

$\frac{2x}{3} + \frac{x-2}{2} = 6$. Ejemplo 2. Halla el valor de x en la ecuación $2(x - 3) = 3(x + 5)$

4.3. Resuelve problemas que involucran ecuaciones de la forma $a(x + b) = c$.

Ejemplo: Halla el área de un rectángulo que tiene de base $(3 + x)$ y altura 4. $A = 4(3 + x)$. ¿Cuál es el área si $x=2$? Hace una tabla y analiza cómo cambia el área cuándo x aumenta entre 1 y 5.



4.4. Plantea y resuelve problemas en contextos reales

Ejemplo: En un almacén anuncian: “Hoy todo el

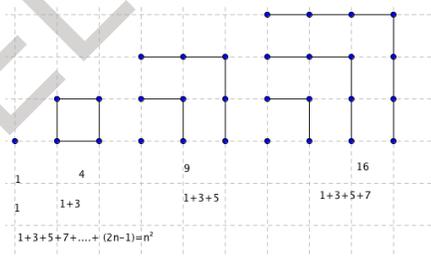
que involucran expresiones algebraicas.

producto tiene el 20% de descuento sobre el precio de la etiqueta”. Plantea una expresión algebraica para calcular cuánto tiene que pagar por cualquier producto que compre: si p es el precio de la etiqueta y q lo que tiene que pagar, $q = (p - p \times 0,2) = p \times 0,8$. Si un pantalón tiene una etiqueta marcada con \$30 000, ¿cuánto debe pagar?

5. Identifica el patrón y expresa la n ésima posición en términos de n en una sucesión sencilla

5.1. En una sucesión sencilla identifica el patrón y expresa la n ésima posición en términos de n .

Ejemplo 1. Identifica el patrón, determina el número que sigue e indica cuál número ocupará el puesto 15 en la sucesión 1, 4, 7, 10... Ejemplo 2: Dada la gráfica siguiente, identifica el patrón, indica cómo es la gráfica que ocupa el puesto 10 y cuántos puntos tiene y expresa el número de puntos de la n ésima posición (número de puntos de la gráfica que está en el puesto n). Un patio se adorna con un rectángulo de baldosín, que tiene 3 baldosines en un lado por 4 en otro. Si se le hace un borde de baldosines de otro color del mismo tamaño, ¿cuántos baldosines se necesitan? Si a



ese nuevo rectángulo se le hace un borde de baldosines del mismo tamaño, ¿cuántos se necesitan? Si se continúa así, ¿cuántos baldosines se necesitan para el décimo borde? ¿Por qué? Hace una gráfica para ilustrar la situación.

Aprendizajes en pensamiento aleatorio y sistemas de datos

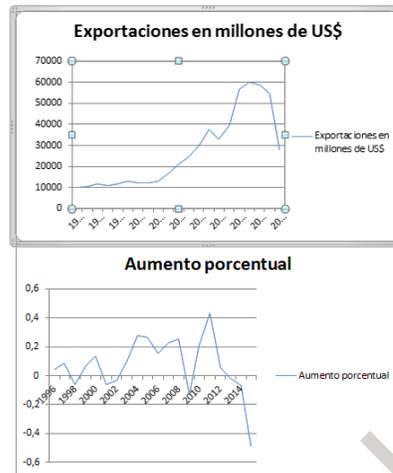
COMPRESIONES	PREGUNTAS ESENCIALES
<p><i>Los estudiantes comprenderán que...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • La estadística permite representar, organizar, visualizar, describir y comparar la información contenida en conjuntos de datos. • Es posible estudiar características de una población analizando las características de una muestra. • Una de las claves más importantes para el estudio de la población es una buena escogencia de la muestra. 	<p><i>Los estudiantes guiarán la comprensión en torno a las siguientes preguntas...</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué representación gráfica es más adecuada para describir este conjunto de datos cuantitativos? • ¿Qué información se puede obtener acerca de los datos, a partir de diagramas y gráficas? • ¿Cómo se escoge la muestra, cuántas observaciones debe tener, cuántas variables deben estar involucradas y de qué tipo?
CONOCIMIENTOS	HABILIDADES
<p><i>Los estudiantes sabrán.... (C)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Gráficos de línea, histogramas, diagramas de barras y de torta, diagramas de línea • Series de tiempo • Frecuencias absolutas y relativas • Datos agrupados • Media, mediana, moda, rango, mínimo, máximo • Población, muestra, variables cualitativas y cuantitativa 	<p><i>Los estudiantes tendrán habilidad para.... (H)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Recurrir a la estadística como instrumento necesario para el estudio de una población • Representar información en gráficos, analizarlos e interpretarlos para hacer inferencias acerca de las poblaciones correspondientes a los datos. • Estudiar características de una población: identificar las variables cualitativas y cuantitativas de interés en el estudio y escoger la muestra adecuada por medio de experimentación o valiéndose de una encuesta con preguntas debidamente formuladas. • Usar las medidas estadísticas, promedio (media), mediana, moda, rango, mínimo, máximo, para resumir, comparar y entender la información contenida en los datos. • Estima la probabilidad de un evento por medio de experimentos aleatorios.

1. Estadística

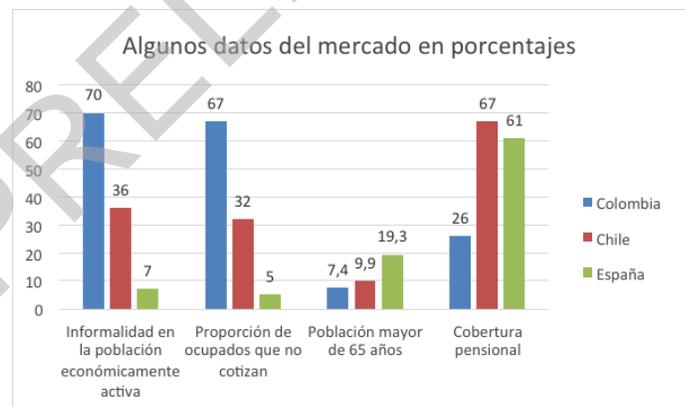
Escoge el tipo de representación gráfica más conveniente para visualizar e interpretar información subyacente en un conjunto de datos

Ejemplo1. Se tiene la siguiente tabla (datos tomados de internet, Dane) sobre las exportaciones colombianas desde 1995 hasta septiembre de 2015. ¿Qué forma de representación gráfica escoge para visualizar esta información? ¿Por qué? ¿En qué año se tuvo el mayor nivel de exportaciones? Pega una columna en la que se calcula el aumento porcentual (puede ser negativo, disminución) y hace una gráfica correspondiente a este aumento. ¿En qué años se evidencia mayor aumento porcentual en las exportaciones y en qué años mayor disminución porcentual? Busque los niveles de exportación de otro país, en los mismos años, y compare con Colombia, representando la información en un mismo gráfico de línea. Debe tener en cuenta que se deben usar las mismas unidades de comparación, millones de dólares.

Año	Exportaciones	Aumento Porcentual
1995	10201.0645	
1996	10647.5642	0.04376992
1997	11549.0288	0.08466393
1998	10865.6255	-0.0591741
1999	11617.0406	0.06915526
2000	13158.4008	0.13268097
2001	12329.8963	-0.06296392
2002	11975.4239	-0.02874902
2003	13128.5242	0.09628889
2004	16788.3278	0.27876733
2005	21190.4387	0.26221259
2006	24390.9751	0.15103681
2007	29991.332	0.22960775
2008	37625.8821	0.25455855
2009	32846.3267	-0.12702839
2010	39713.3364	0.20906477
2011	56914.9391	0.43314423
2012	60125.1659	0.05640394
2013	58823.6611	-0.02164659
2014	54795.3237	-0.06848158
2015	27962.6378	-0.48968934



Ejemplo2. En una de las publicaciones de ‘Portafolio’ en noviembre de 2015, se reportaron ‘Algunos datos del mercado en porcentaje’ de la siguiente forma:



¿Qué país tiene el porcentaje de informalidad en la población económicamente activa, más alto? ¿Le consta ver esto en las calles de su ciudad? ¿Qué país tiene mayor porcentaje de mayores de 65 años? ¿Qué tiene que ver esto con la población que forma la fuerza de trabajo? Haga un breve informe con respecto a estos datos del mercado. ¿Cómo estamos con respecto a Chile y España? Busque en internet y averigüe cómo estamos con respecto a otros países. Pídale a su profesor que le ejemplifique y aclare estos aspectos económicos.

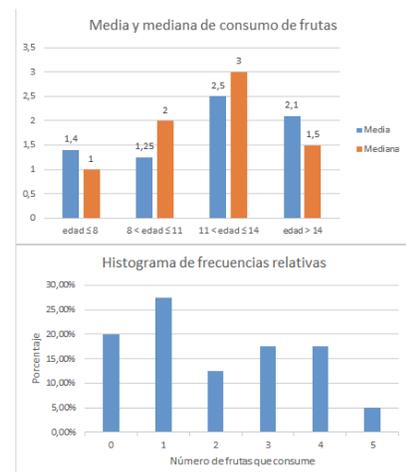
1.2. Reconoce la importancia de la escogencia de la muestra para el estudio de una población. Recolecta datos por medio de experimentación o con una encuesta específicamente diseñada para generar

Ejemplo1. En una emisión de Portafolio en noviembre de 2015 se publica un breve artículo con el título ‘Venderán frutas en dispensadores’. Se propone que los

variables cualitativas y cuantitativas de interés. Escoge gráficas y medidas estadísticas adecuadas para analizar las variables.

colombianos consuman cinco frutas al día en pro de su salud y a su vez se beneficien muchos productores. En grupos hacen un estudio sobre el consumo de frutas de los alumnos de su colegio. Diseñan una encuesta en la cual se pregunta: cuántas frutas (o porciones de fruta) consume al día, disposición a aumentar el consumo de fruta, género, peso, estatura, edad y otras preguntas que consideran importantes o que puedan ser objeto de estudio. Como no pueden encuestar a todos los alumnos de su colegio, escogen una muestra representativa, esto es, no escogen solamente a los de primaria, o de grado sexto, escoge de todas las edades, géneros, de todas las contexturas físicas. Averiguan cómo se calcula y para qué sirve el índice medio corporal, IMC, que relaciona el peso y la estatura. Crean una nueva variable, IMC. Para la variable número de frutas (porciones) que consume al día, hacen un histograma de frecuencias, calculan media, mediana, moda, mínimo, máximo, rango. Para la variable cualitativa, género, hacen un diagrama de barras en el cual se ve si hay diferencia en el consumo promedio de frutas entre niños y niñas, hacen lo mismo para la mediana. Averiguan rangos del IMC para clasificarlos en intervalos que representan bajo, normal, alto. Para cada intervalo calculan promedio y mediana. Ilustran en diagramas de barras y comparan para ver si hay relación entre el IMC y el consumo de frutas. Hacen lo mismo para la edad. En este proceso usan software estadístico o una hoja de cálculo como Excel.

Ejemplo2. Suponga que quiere estudiar la cosecha de alguna fruta de su región. Por ejemplo, mango, naranja, durazno etc. Está interesado en ciertas variables que pueden afectar la cosecha, como por ejemplo cantidad de agua, si le suministran fertilizante o no, modo de



control de plagas, luz que recibe etc. La muestra debe tener suficientes observaciones (una observación es el conjunto de los valores que toman las variables para un árbol dado) para poder comparar la cosecha según las variables de interés. La medición de la cosecha dependerá de los objetivos del productor, podría ser número promedio de frutos que da cada árbol o planta, o peso promedio del fruto de cada árbol. Se hacen diagramas apropiados y se toman medidas estadísticas para estudiar diferencias.

Para datos hipotéticos de consumo de frutas, que fueron generados aleatoriamente en Excel, se tienen los gráficos anteriores.

2. Probabilidad

2.1. Estima la probabilidad de la ocurrencia de un evento con la frecuencia relativa del evento en repeticiones sucesivas de un experimento

Ejemplo1. Lanza un dado 100 veces y cuenta cuántas veces sale cada uno de los números. Resume la información en una tabla donde cada fila representa un número y hay una columna con las frecuencias absolutas y otra con las frecuencias relativas correspondientes. La frecuencia relativa correspondiente a cada número, estima la probabilidad de que ese número salga. Representa en un diagrama de barras.

Ejemplo2. Tiene una urna con dos bolas rojas y tres verdes. Saca una bola de la urna y registra su color, devuelve la bola a la urna. Repite este experimento 100 veces, cuenta cuántas veces salió una bola verde. Estima la probabilidad de que la bola que saca es verde con $\frac{\text{número de veces que sale una bola verde}}{100}$.

2.2. Usa un paquete estadístico o una hoja de cálculo como Excel, para generar números aleatorios y estimar las probabilidades de eventos.

Ejemplo. Genera un número aleatorio uniforme entre 1 y 6. Repite esto 100 veces. Cuenta cuántas veces salió cada uno de los números de 1 a 6. Estima la probabilidad de que salga cada número al lanzar un dado, con el porcentaje de veces que salió el número en las 100 veces.

Recomendaciones didácticas

Las matemáticas que se construyen en séptimo tienen una relación cercana con las matemáticas desarrolladas en los años anteriores. Es el caso de las fracciones y de la representación de números decimales y de sus operaciones, que es una extensión de lo hecho en sexto. Es muy importante que algoritmos, como el de la multiplicación o la división, no sean aprendidos de memoria, sino que haya una comprensión intuitiva de las razones que los sustentan.

El tema de las operaciones entre fracciones suele tener dificultades particulares que repercuten en las matemáticas posteriores. Algo similar ocurre con la aritmética de números negativos, que se hace en séptimo grado. ¡Hay que prestarles atención ya que se continuarán usando toda la vida!

Como se menciona en la introducción, este grado es un momento de transición a una nueva forma de ver y hacer matemáticas. Esta transición es compleja y debe hacerse de manera lenta pero firme y segura, manteniendo siempre la relación con las matemáticas que se hicieron antes y llenando los vacíos que puedan presentarse. En el paso a ideas más abstractas es necesario propiciar la argumentación, el uso correcto del lenguaje y el respeto por las ideas de los otros, que deben defenderse con argumentos. Al finalizar el año debe tener las ideas sobre los racionales claras y su aritmética comprendida, y deben estar listos para trabajar con ideas más generales, más abstractas y más complejas. A partir de séptimo el tiempo dedicado a la aritmética disminuye significativamente y el centro del currículo se traslada a las relaciones algebraicas y de variación.

Los problemas deben ser cada vez más retadores, menos ejercicios repetitivos, y el aprendizaje de cómo resolver problemas debe ser parte explícita del curso de matemáticas. Es conveniente, luego de que los alumnos hayan dedicado un tiempo a resolver un problema retador individualmente o en grupo, hacer una reflexión sobre qué hicieron y cómo lo hicieron. Para ello pueden resolver un problema en grupos de tres o cuatro, donde uno tenga la misión explícita de observar cómo se desarrolla el proceso de resolución, tome apuntes sobre ello y luego discutan acerca de lo que sucedió para aprender de ello.

Se deben realizar la mayor cantidad de actividades en las que los estudiantes construyan, dibujen, recorten o discutan en grupos pequeños. El docente debe escoger diferentes contextos y situaciones que permitan ver el poder y la fuerza de las matemáticas para representar situaciones y resolver problemas.

Como en este grado el joven ya tiene todos los elementos necesarios para manejar números de diferente tipo, así como números muy grandes o muy pequeños, es conveniente buscar o que él busque información y datos reales en internet para plantear y resolver los problemas que se presenten durante el curso. El tema de porcentajes se presta para discutir casos reales de ofertas, descuentos o impuestos. El uso de datos reales es particularmente necesario en la parte de pensamiento aleatorio. El periódico ofrece todos los días tablas o gráficas que sustentan decisiones importantes, que se pueden analizar y discutir en clase. El uso de calculadoras, computadores o cualquier herramienta tecnológica debe estar permitido, para facilitar la manipulación de datos grandes y poder dedicar el tiempo al análisis y discusión del problema y no al ejercicio de la aritmética.

El estudiante debe aprender que en matemáticas es necesario preguntarse por qué y justificar lo que se hace. Las discusiones en grupo, la resolución colaborativa de problemas, la formulación de preguntas, las justificaciones de por qué utilizó determinada operación o por qué cree que algo es correcto o incorrecto, deben ser la actividad principal de la clase de matemáticas. El joven debe tener el ambiente que le permita y lo incentive a formular preguntas, inventar problemas, sugerir soluciones, formular conjeturas, en otras palabras, aprender a pensar autónomamente.

El uso de la tecnología, cuando está disponible, es un excelente apoyo para el estudiante y el maestro. Hay múltiples aplicaciones gratuitas, hechas especialmente para este nivel, que invitan a explorar ideas abstractas, despiertan interés e incentivan una actitud positiva hacia las matemáticas. Recomendamos el uso de Geogebra, ya que es una aplicación gratuita que ofrece enormes posibilidades de aplicación en la clase de matemáticas, en todos los temas y a todos los niveles. La tecnología también ofrece hoy herramientas baratas y eficientes para comunicarse con jóvenes de todo el mundo, resolver problemas conjunta e interactivamente y participar en comunidades globales.

La tecnología es también un instrumento invaluable para el maestro. En internet encuentra clases desarrolladas, exámenes, ejemplos de tareas y de actividades de clase etc. Muchas están en inglés, pero también hay numerosas ayudas en español, por ejemplo, en Kahn Academy, en el currículo de Chile, en el de Costa Rica, en España o en México, por mencionar sólo unas pocas. En la bibliografía puede buscar otras referencias.

El uso de la historia es otro apoyo importante para generar interés y motivación por las matemáticas. Las nuevas ideas que se van introduciendo tienen una historia muy interesante. Por ejemplo se puede solicitar que averigüen acerca de los números negativos: ¿Quiénes los usaron primero? ¿Cómo? ¿Cuándo llegan a occidente? ¿Qué dificultades hubo para que fueran aceptados? Los jóvenes ya conocen cómo averiguar en internet, pero el apoyo del maestro es indispensable para guiarlos en escoger las páginas y contenidos más confiables, en medio de la maraña de la red. Esta

es una competencia muy importante cuyo desarrollo requiere de ejercitación explícita. El maestro debe exigir que en cualquier información bajada de internet se reconozca quién es el autor, no hacerlo es incurrir en un plagio.

Las matemáticas y la lúdica. Indiscutiblemente el uso de juegos y actividades lúdicas es un recurso muy valioso para el aprendizaje, sin embargo, al planear actividades “lúdicas” es indispensable preguntarse: ¿Dónde están las matemáticas? ¿Cuál es el objetivo de aprendizaje de esta actividad? En muchos casos se observan actividades minuciosamente planeadas por el maestro, que ponen al joven a jugar con entusiasmo durante horas y días, pero que no dejan ninguna enseñanza matemática.

Indicaciones para la evaluación formativa

La evaluación constituye un elemento fundamental en el aprendizaje. No debe ser un proceso independiente, es parte integral de la planeación y del desarrollo de cada clase, de cada unidad, de cada actividad. Debe ser el indicador que le dice al maestro: ¿Qué comprendieron? ¿Cómo comprendieron? ¿Qué hago para mejorar? al joven: ¿Cómo voy? ¿Qué vacíos tengo y qué debo hacer para llenarlos? y al padre de familia: ¿Cómo va mi hijo? ¿Cómo lo puedo apoyar para que mejore? La evaluación también le da información a la escuela sobre su desempeño y a la sociedad sobre la escuela y sobre el futuro de sus ciudadanos.

Las actividades de evaluación deben ser similares a lo hecho y desarrollado en clase, ofreciendo retos y diferentes niveles de complejidad, que permitan que cada cual pueda autoevaluarse y determinar, con el apoyo del maestro, qué debe hacer para mejorar.

Hay muchas formas de evaluar el desempeño del joven: observando lo que hace durante la clase, hablando con él acerca del tema que se está desarrollando, pidiéndole que lleve un diario y analizando lo que escribe allí, pidiéndole que vaya haciendo un portafolio o una carpeta donde ponga los trabajos de los que se sienta orgulloso, etc.

En las evaluaciones el joven debe aprender desde pequeño que es tan importante el proceso y la estrategia que escoja y siga para resolver un problema, como lograr llegar a un resultado correcto. Es importante que se forme en el hábito de verificar, al finalizar una tarea, que efectivamente contestó la pregunta que le formularon, que resolvió el problema que le plantearon, y que la respuesta que obtuvo satisface las condiciones del problema. También debe aprender desde pequeño el valor de ser honesto y de responder por sus acciones. Los problemas deben ser cada vez más retadores y ya a este nivel se pueden plantear reales problemas, que son aquellos que no tienen una única solución ni un único camino para llegar a ella.

Al evaluar las matemáticas es importante tener en cuenta no solo el nivel de comprensión y aplicación de los conceptos si no el nivel de desarrollo de las competencias matemáticas, dentro del contexto y grado del niño. El maestro debe plantear situaciones que permitan observar el nivel de desarrollo en cuanto a la resolución de problemas, la comunicación, el razonamiento, etc.

Con el fin de formar la autonomía del estudiante, se le deben ofrecer oportunidades de ejercitarla como tareas o proyectos interesantes que no tienen peso en la evaluación, pero cuyo desarrollo puede incidir positivamente en la comprensión. El joven tiene que decidir si lo hace, por interés en aprender, o sólo hace aquello a lo que lo obligan.

Es conveniente incluir en los ejercicios, tareas y evaluaciones algunos problemas de escogencia múltiple, así como tiempos precisos para responder, para que los jóvenes se vayan familiarizando con esa forma de preguntar y responder que luego tendrán que aplicar en las diversas pruebas del Icfes, como Saber 7 que se presenta este año. Un análisis posterior de las respuestas, de cada distractor y de las diferentes estrategias para resolver este tipo de pruebas será muy beneficioso para los alumnos. En la página del Icfes hay numerosos exámenes viejos que se pueden usar. Igualmente, un análisis detallado de los resultados obtenidos por los estudiantes de esa escuela en pruebas anteriores puede ayudar a centrar la atención en las deficiencias y planear estrategias para mejorar.

DERECHOS BÁSICOS DE APRENDIZAJE

•• MATEMÁTICAS – GRADO 7º ••

3

Descompones cualquier número entero en factores primos. Identificas el máximo común divisor (MCD) y el mínimo común múltiplo (MCM) de dos o más números y los usas para simplificar cálculos. Por ejemplo:

$$\bullet \sqrt{40} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 5} = \sqrt{2^2 \times 10} = 2\sqrt{10}$$

• Para calcular $\frac{3}{4} - \frac{2}{5} + \frac{1}{12}$ puedes multiplicar los denominadores ($4 \times 5 \times 12 = 240$) y obtener

$$\frac{3 \times 5 \times 12}{4 \times 5 \times 12} - \frac{2 \times 4 \times 12}{5 \times 4 \times 12} + \frac{1 \times 4 \times 5}{12 \times 4 \times 5} = \frac{180}{240} - \frac{96}{240} + \frac{20}{240} = \frac{180 - 96 + 20}{240} = \frac{104}{240}$$

En cambio, usando el mcm de los denominadores (que es 60) se obtiene

$$\frac{3 \times 15}{4 \times 15} - \frac{2 \times 12}{5 \times 12} + \frac{1 \times 5}{12 \times 5} = \frac{45}{60} - \frac{24}{60} + \frac{5}{60} = \frac{45 - 24 + 5}{60} = \frac{26}{60}$$

4

Comprendes y calculas incrementos y reducciones porcentuales en diversos contextos. Por ejemplo:

• El salario de Carlos es de \$1 000 000 y el de Clemencia es de \$1 200 000.

$$\frac{\$1\,200\,000}{\$1\,000\,000} = \frac{12}{10} = 1,2 = 120\% \quad \text{y} \quad \frac{\$1\,000\,000}{\$1\,200\,000} = \frac{10}{12} = 0,833... = 83,3\%$$

Así, el salario de Clemencia es el 120% del salario de Carlos, lo cual es lo mismo que decir que el salario de Clemencia es 20% mayor que el de Carlos o que el salario de Carlos debe aumentar en un 20% para llegar al de Clemencia.

$$\begin{aligned} \$1\,200\,000 &= 1,2 \times \$1\,000\,000 = (1 + 0,2) \times \$1\,000\,000 \\ &= \$1\,000\,000 + 0,2 \times \$1\,000\,000 \\ &= \$1\,000\,000 + 20\% \text{ de } \$1\,000\,000 \end{aligned}$$

Por otro lado, el salario de Carlos es aproximadamente el 83% del de Clemencia, lo cual es lo mismo que decir que el salario de Carlos es aproximadamente 17% menor que el de Clemencia o que si el salario de Clemencia se reduce en un 17%, entonces sería aproximadamente igual al de Carlos.

$$\begin{aligned} \$1\,000\,000 &= 0,83 \times \$1\,200\,000 = (1 - 0,17) \times \$1\,200\,000 \\ &= \$1\,200\,000 - 0,17 \times \$1\,200\,000 \\ &= \$1\,200\,000 - 17\% \text{ de } \$1\,200\,000 \end{aligned}$$

• Para calcular la propina (P), Yohana toma el valor que le cobraron (V) y lo multiplica por 0,12.

$$P = 0,12 \times V$$

Por lo tanto, la propina es el 12% del valor que le cobraron.

5

Usas las relaciones entre velocidad, distancia y tiempo para solucionar problemas. En particular, comprendes la diferencia entre velocidad constante y velocidad promedio durante un intervalo de tiempo y conviertes unidades de velocidad (como m/s y km/h). Por ejemplo: Una flota tardó hora y media en recorrer 92 km haciendo un par de paradas en el camino. Su velocidad promedio fue de $\frac{92 \text{ km}}{1,5 \text{ h}} \approx 61,33 \text{ km/h}$, sin embargo su velocidad no fue constante durante todo el trayecto (a veces iba más rápido y a veces más despacio). Para expresar la velocidad promedio en metros por segundo:

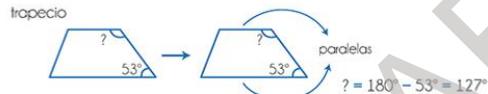
$$\begin{aligned} 61,33 \text{ km/h} &= \frac{61,33 \text{ km}}{1 \text{ h}} = \frac{61,33 \text{ km}}{1 \text{ h}} \times \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \times \frac{1\,000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \\ &= \frac{61,33 \times 1\,000}{60 \times 60} \text{ m/s} = \frac{61\,330}{3\,600} \text{ m/s} \approx 17,04 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Otra forma de hacerlo:

$$\begin{aligned} 61,33 \text{ km en } 1 \text{ h} &= 61\,330 \text{ m en } 60 \text{ min} = 61\,330 \text{ m en } 3\,600 \text{ s} \\ &= \frac{61\,330}{3\,600} \text{ m/s} \approx 17,04 \text{ m/s} \end{aligned}$$

6

Haces dos copias iguales de 2 rectas paralelas cortadas por una secante y, por medio de superposiciones, descubres la relación entre los ángulos formados. Soluciona problemas en contextos geométricos que involucran calcular ángulos faltantes en un triángulo o cuadrilátero. Por ejemplo:



7

Manipulas expresiones lineales (del tipo $ax + b$, donde a y b son números dados), las representas usando gráficas o tablas y las usas para modelar situaciones. Soluciona ecuaciones lineales (del tipo $ax + b = c$, donde a , b y c son números dados). Por ejemplo:

• Soluciona la ecuación $7 - 3x = 11$:

Opción 1:

$$\begin{array}{r} +3x \quad 7 - 3x = 11 \\ -11 \quad 7 = 11 + 3x \\ +3 \quad -4 = 3x \\ -\frac{4}{3} \quad -\frac{4}{3} = x \end{array}$$

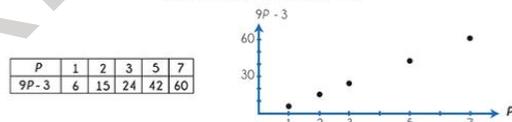
Opción 2:

$$\begin{array}{r} -7 \quad 7 - 3x = 11 \\ +(-3) \quad -3x = 4 \\ \quad \quad \quad -x = -\frac{4}{3} \end{array}$$

• Luisa tiene cuatro veces más primos que Felipe. Jairo tiene 3 primos menos que Luisa. Entre los tres tienen 42 primos. ¿Cuántos primos tiene cada uno?

$$\begin{array}{r} \text{Felipe} \quad \text{Luisa} \quad \text{Jairo} \quad \text{Total} \\ P \quad + \quad 4P \quad + \quad 4P - 3 \quad = \quad 9P - 3 = 42 \rightarrow 9P = 45 \rightarrow P = 5 \end{array}$$

Así, Felipe tiene 5 primos, Luisa tiene 20 primos (4×5), y Jairo tiene 17 primos ($20 - 3$).



• La gasolina subió 4% de un día para otro. Es decir, se multiplicó por un factor de 1,04.

$$\begin{array}{l} \text{Factorizar } G \\ G + 0,04G = (1 + 0,04)G = 1,04G \\ G \text{ más } 4\% \text{ de } G \end{array}$$

↑ aumentar en 4% es multiplicar por 1,04

8

Dada una expresión de la forma $ax^2 + bx + c$ (donde a , b y c son números dados), calculas el valor de la expresión para distintos valores de x (positivos y negativos) y presentas sus resultados en forma de tabla o gráfica de puntos.

9

Predices el resultado de rotar, reflejar, trasladar, ampliar o reducir una figura. Por ejemplo:



MINEDUCACIÓN

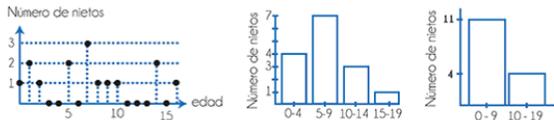
TODOS POR UN NUEVO PAÍS
PAZ EQUIDAD EDUCACIÓN

DERECHOS BÁSICOS DE APRENDIZAJE

•• MATEMÁTICAS – GRADO 7º ••

10

Comprende que algunos conjuntos de datos pueden representarse con histogramas y que distintos intervalos producen distintas representaciones. Por ejemplo: Doña Beatriz tiene 15 nietos entre los 0 y los 16 años.



Reconoce las ventajas y desventajas de representar los mismos datos usando distintas representaciones. Por ejemplo:

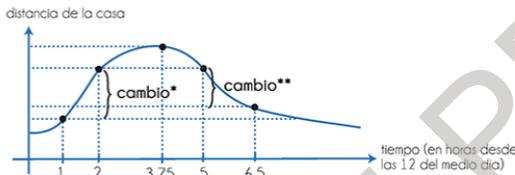
El mes pasado, un almacén vendió cobijas de tres materiales distintos.



El diagrama circular permite ver fácilmente la relación entre cada parte y el todo. Por ejemplo, la mitad de las cobijas vendidas fueron de lana.

11

A partir de una gráfica de puntos o de línea, identifica e interpreta los puntos máximos y mínimos y el cambio entre dos puntos de la gráfica. Por ejemplo: La gráfica muestra la distancia entre una persona y su casa durante las primeras horas del día.



- La distancia marcada como cambio* representa cuánto creció la distancia a la casa entre las 1 pm y las 2 pm.
- La distancia marcada como cambio** representa cuánto decreció la distancia a la casa entre las 5 pm y las 6:30 pm.
- A las 2 pm y a las 5 pm la distancia a la casa es la misma (no hay cambio).
- A las 3:45 pm se alcanzó la máxima distancia a la casa, es decir, el momento en el que estaba más lejos de la casa (en cualquier otro momento la distancia es menor).

12

Comprende cómo la distribución de los datos afecta la media (promedio), la mediana y la moda. Por ejemplo:

- A cada estudiante de séptimo se le preguntó cuántos libros había leído en toda su vida. Si la mediana fue 9,5 libros, entonces sabemos que el 50% de los estudiantes de séptimo ha leído 9 libros o menos, y el 50% ha leído 10 libros o más.

- Los datos extremos afectan a la media y no tanto a la mediana. Por ejemplo:

Notas (sobre 100): 5 70 75 85 85

$$\text{media} = \frac{5+70+75+85+85}{5} = 64$$

$$\text{mediana} = 75 \text{ (número del medio)}$$

Notas (sobre 100): 65 70 75 85 85

$$\text{media} = \frac{65+70+75+85+85}{5} = 76$$

$$\text{mediana} = 75 \text{ (número del medio)}$$

13

Entiende la diferencia entre la probabilidad teórica y el resultado de un experimento. Por ejemplo:

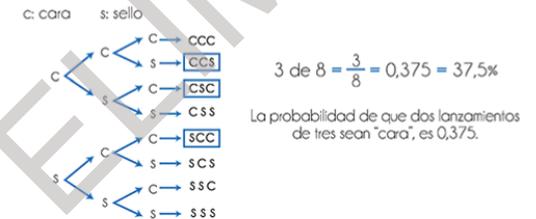
La probabilidad de lanzar un dado y que caiga "dos" es de $\frac{1}{6}$ (aproximadamente 0,17 o 17%). Sin embargo, si lanzamos un dado seis veces, no necesariamente saldrá cada cara una vez.

Relaciona la probabilidad con fracciones y porcentajes. Por ejemplo: En el alfabeto hay 27 letras de las cuales 5 son vocales. Si se escoge una letra al azar, ¿qué probabilidad hay de que sea una consonante?

$$\frac{\# \text{ de consonantes}}{\text{total letras}} = \frac{27-5}{27} = \frac{22}{27} \approx 0,8148 \approx 81,5\%$$

La probabilidad de obtener una consonante es aproximadamente 0,8.

Usa diagramas de árbol para calcular la probabilidad de un evento. Por ejemplo: Si se lanza una moneda tres veces, ¿cuál es la probabilidad de obtener cara dos veces y sello una vez (en cualquier orden)?



$$3 \text{ de } 8 = \frac{3}{8} = 0,375 = 37,5\%$$

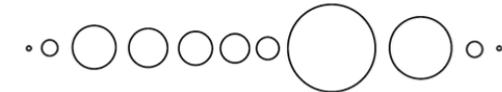
La probabilidad de que dos lanzamientos de tres sean "cara", es 0,375.

14

Imagina y describe la figura que resultaría al sacarle tajadas a un objeto. Por ejemplo:



Cortes horizontales de abajo hacia arriba.



Cortes verticales.



15

En una serie sencilla identifica el patrón y expresa la n-ésima posición en términos de n. Por ejemplo, en la serie: 1, 4, 9, 16, 25,... identifica que el patrón es elevar al cuadrado ($1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, \dots$) y así, en la primera posición aparece 1^2 , en la décima posición aparece 10^2 y en la n-ésima posición aparece n^2 . Después de n^2 viene $(n+1)^2$.