



Documento Fundamentación Teórica de los **Derechos Básicos de Aprendizaje (V2)**
y de las **Mallas de Aprendizaje** para el Área de **Matemáticas**

Coordinador general

Gilberto de Jesús Obando Zapata

Equipo académico de trabajo Matemáticas:

Walter Fernando Castro Gordillo (**Coordinador**)

Jhony Alexander Villa-Ochoa

Juan Fernando Molina-Toro

María Denis Vanegas Vasco

Martha Alba Bonilla Estévez

Mónica Marcela Parra-Zapata

Olga Emilia Botero Hernández

Óscar Iván Santafé

Paula Andrea Rendón-Mesa

Pares Académicos -MEN-

Jorge Castaño

Yadira Sanabria

Par Académico Nacional

Rodolfo Vergel Causado

Par Académico Internacional

Joaquim Giménez Rodríguez

Carolina Higuera Ramírez (**Sistematizadora**)

Luz Cristina Agudelo Palacio (**Dinamizadora**)

Sugey Andrea González Sánchez (**Dinamizadora**)

Agradecimientos equipo disciplinar Ministerio de Educación Nacional

Jenny Andrea Blanco Guerrero

Ricardo Cañón Moreno

Guillermo Andrés Salas

Jefferson Bustos Ortíz

Universidad de Antioquia
Ministerio de Educación Nacional

Contenido

Introducción General	3
2. Justificación	4
3. Presentación general de los DBA: estructura común a todas las áreas	6
4. Presentación general de las Mallas de Aprendizaje: estructura común a todas las áreas	10
5. Fundamentos conceptuales para el desarrollo de los Derechos Básicos de Aprendizaje de Matemáticas (V2) y las Mallas de Aprendizaje en el área de matemáticas	13
5.1. Justificación de la propuesta	13
5.2. Revisión de referentes nacionales e internacionales	16
5.2.1. Revisión de antecedentes en currículos internacionales de matemáticas	16
5.2.1.1. La noción de competencia matemática internacionalmente	16
5.3 Currículos de matemáticas a nivel internacional	20
5.4. Aspectos teóricos en los que se fundamentan los DBA y las Mallas de Aprendizaje del área de Matemáticas	31
5.4.1. Los aprendizajes estructurantes	31
5.5.2. Ser matemáticamente competente	33
5.5.3. Los objetos de conocimiento	34
5.5.4. Los contextos y usos de las matemáticas	42
5.5.5. Los procesos	43
6. Conclusiones	47
Referencias Bibliográficas	49

Introducción General

La educación de calidad es un derecho fundamental y social que debe ser garantizado a todos los ciudadanos independientemente de su lugar de nacimiento, su condición socioeconómica y su orientación sexual, entre otros. Presupone el desarrollo de conocimientos (saberes), habilidades (saber hacer) y actitudes (saber ser) que forman a la persona de manera integral. Este derecho, extensivo a todos los ciudadanos, es condición esencial tanto para la democracia como para la igualdad de oportunidades a lo largo de la vida. De esta manera, el derecho a la educación necesita garantizarse en cada institución educativa, en cada grado de escolaridad, para que todos los estudiantes del país accedan a mejores oportunidades de aprendizaje, asegurando así una ruta para que cada estudiante reciba la educación que merece.

Este documento es la fundamentación de los Derechos Básicos de Aprendizaje¹ y las Mallas de Aprendizaje y se compone de dos partes: en la primera, se presentan las razones por las cuales se construyeron dichos documentos, así como el objetivo de cada uno. Para ello, se presentan algunos referentes internacionales que cuentan con propuestas similares, así como los retos comunes a las áreas a partir de los resultados de pruebas nacionales e internacionales. Por otro lado, se realiza presentación general de la estructura de los DBA y las Mallas de Aprendizaje, finalizando con el marco normativo que cubre la propuesta.

En la segunda parte, se presentan las razones y aspectos teóricos que sustentan la propuesta específica de los DBA y Mallas de Aprendizaje del área de matemáticas, en relación con los referentes actuales y los retos frente a pruebas nacionales e internacionales. Asimismo, presenta una revisión de referentes nacionales e internacionales, a partir de categorías de análisis que aportaron a la construcción de los documentos, terminando con una explicación de la versión final de los mismos.

¹ En adelante DBA

2. Justificación

En el 2015, el Ministerio de Educación Nacional publicó la primera versión de los Derechos Básicos de Aprendizaje (en adelante DBA) para las áreas de Matemáticas y Lenguaje. Este documento -en su primera versión- tenía como público objetivo a los padres de familia; no obstante, fue rápidamente recibido y adoptado por los docentes del país. Así, este documento fue objeto de análisis, discusiones y debates. Estos espacios de discusión pública, algunos dirigidos por el Ministerio de Educación Nacional, otros promovidos de forma autónoma por la comunidad nacional (redes académicas, universidades, asociaciones, etc.), produjeron reflexiones que evidenciaron dos necesidades: en primera instancia, trabajar en una nueva versión de los DBA para dichas áreas que tuviera como público objeto a los docentes y directivos docentes. Además, la importancia de contar con un documento sobre los DBA en otras áreas del conocimiento. El Ministerio agradece a la comunidad nacional que participó en este debate público, bien a título personal o en representación de Redes y Asociaciones de profesionales, pues sus aportes fueron tomados en consideración para la elaboración de la primera versión de los DBA en las áreas de las Ciencias Sociales y Ciencias Naturales, como de la segunda versión de los DBA en las áreas de lenguaje y matemáticas.

Para la construcción de esta nueva versión de los DBA, se recorrió un camino amplio de discusión pública nacional a través de Mesas de trabajos presenciales, regionales y sectoriales, así como Foros y Mesas Virtuales, tal como se muestra en la Figura 1. Este debate nacional permitió contar con las voces de docentes de todo el país, de diferentes actores del sector educativo y empresarial, de diferentes grupos, redes, y asociaciones de la comunidad nacional, lo cual no sólo generó una realimentación continua en el proceso de elaboración de los documentos, sino que también mostró que aún quedan temas pendientes por resolver, tales como la inclusión y la diversidad, la integración curricular, la adecuación a las condiciones locales y regionales, los ajustes en la formación inicial de los docentes, entre

otros.



Figura 1. Proceso de discusión pública para la elaboración de las nuevas versiones de los DBA.

El proceso de elaboración de la versión 2 de los DBA requirió la revisión de referentes nacionales e internacionales, y se analizaron los documentos curriculares de diferentes países. Esto mostró una tendencia a definir un conjunto de saberes fundamentales con amplio potencial formativo en la educación de los estudiantes a lo largo de su tránsito por el sistema educativo.

3. Presentación general de los DBA: estructura común a todas las áreas

Los DBA en su conjunto presentan un grupo de *Aprendizajes Estructurantes* grado a grado (de primero a once) y para un área particular. Se entienden los ‘*Aprendizajes*’ como la conjunción de conocimientos y prácticas sociales y personales que favorecen transformaciones cognitivas y cualitativas de las relaciones del individuo consigo mismo, con los demás, y con el entorno (físico, cultural y social). Esta conjunción de conocimientos y prácticas se adjetivan ‘*estructurantes*’, al menos en dos sentidos. El primero, en tanto expresan las unidades básicas y necesarias para edificar los futuros aprendizajes que necesita el individuo para su desarrollo, no solo en los entornos escolares, sino en el curso de la vida cotidiana, como ciudadano crítico que toma decisiones para sí y en relación con los demás. El segundo, en tanto que promueve la capacidad para movilizar los pensamientos, las actitudes, los valores y las acciones de quien aprende. En breve, estos aprendizajes estructurantes promueven el desarrollo integral de quienes aprenden. El desarrollo debe entenderse en función de la experiencia humana como un proceso mediado culturalmente (Rogoff, 2003), institucionalmente situado en contextos específicos de práctica (las acciones de los individuos y el contexto para la acción forman una unidad inseparable), y cognitivamente distribuido (en los otros, los instrumentos, los entornos sociales y culturales) (Obando, 2014).

Los DBA explicitan entonces aprendizajes que se recomienda sean objeto de reflexión e insumo para la construcción curricular en sus contextos de uso (al nivel de las Instituciones educativas, las Universidades y las Secretarías de educación). Esto permite ampliar el ámbito de relaciones del sujeto que aprende con el conocimiento a través de diferentes tipos de saberes y contextos (por ejemplo, al poner en diálogo los saberes ancestrales o tradicionales de nuestras comunidades con los de la ciencia moderna). Así pues, los DBA son enunciados flexibles que permiten procesos de actualización curricular en contextos particulares de

práctica.

Los DBA se estructuran en coherencia con los Lineamientos Curriculares (LC) y con los Estándares Básicos de Competencias (EBC), en tanto plantean la secuenciación de los aprendizajes en cada área año a año, buscando desarrollar un proceso que permita a los estudiantes alcanzar los EBC propuestos por cada grupo de grados. Sin embargo, es importante tener en cuenta que los DBA por sí solos no constituyen una propuesta curricular, por el contrario, deben ser articulados con los enfoques, metodologías y estrategias definidos en cada establecimiento educativo, en el marco de los Proyectos Educativos Institucionales (PEI) materializados curricularmente en planes de estudio, de área y de aula. Los DBA también deberían ser comprendidos como un conjunto de conocimientos y prácticas que se pueden movilizar de un grado a otro, en función de los procesos de aprendizaje de los estudiantes, de tal forma que más que ser prescritos para un grado, se configuren como intersecciones entre grados, en función de las condiciones y necesidades de los estudiantes (Figura 2). Esto sin olvidar la importancia de garantizar ciertos aprendizajes como prerrequisito de desarrollos cognitivos más complejos.

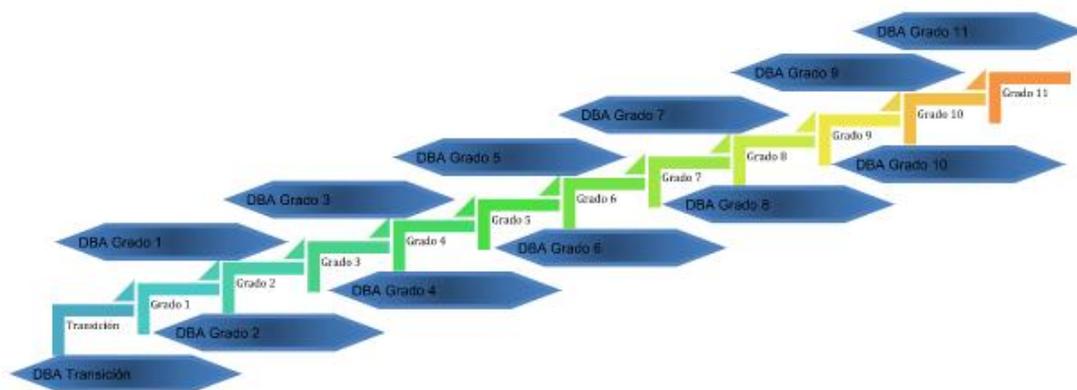


Figura 2. Los DBA vistos como intersecciones entre grados

En resumen, se espera que este conjunto de conocimientos y habilidades acerca de lo

estructurante sean:

- Una propuesta articulada de los aprendizajes estructurantes cuya constitución se logra a lo largo del año escolar.
- Una forma de organizar el desarrollo progresivo de algunos conocimientos y prácticas a lo largo de los grados.
- Un referente para la planeación de área y de aula, aclarando que las actividades en el aula pueden, e idealmente deben, involucrar varios DBA de un grado (y de varias áreas), para que estos se desarrollen gradualmente a lo largo del año.
- Los aprendizajes que se buscan desarrollar a lo largo del año escolar, a partir de la diversidad de experiencias planificadas para ello.
- Vistos de manera integrada el documento de los DBA no es un listado de contenidos sino de un grupo de aprendizajes que se conectan entre sí, y que deben ser tratados de manera simultánea o secuencial en los planes de aula dependiendo de las experiencias que se diseñan.

Finalmente, resta decir que la estructura de los DBA está compuesta por tres elementos centrales (Figura 3):

- El Enunciado.
- Las Evidencias de aprendizaje.
- El Ejemplo.

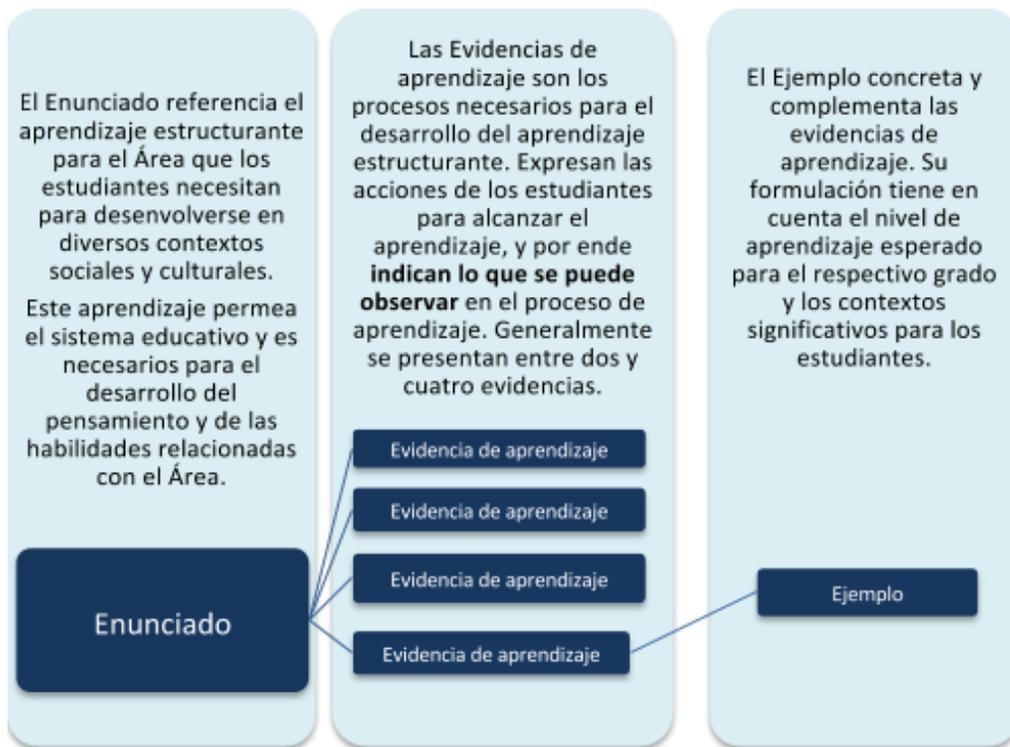


Figura 3. Estructura de enunciación de los DBA

Los enunciados, como ya se han mencionado, son los aprendizajes estructurantes que se plantean como importantes para cada grado por área. Las Evidencias de aprendizaje por su parte, le sirven de referencia al docente para hacer el aprendizaje visible. Algunas de ellas podrán observarse más rápido; otras exigen un proceso más largo, pero todas en su conjunto buscan dar pistas adecuadas del desarrollo del aprendizaje expresado en el enunciado.

Los ejemplos muestran lo que los estudiantes deben estar en capacidad de hacer al lograr los aprendizajes enunciados según su edad y momento de desarrollo para dar cuenta de su apropiación del aprendizaje enunciado. Los ejemplos pueden y deben ser contextualizados de acuerdo con lo que el docente considere pertinente para sus estudiantes según su región, características étnicas y demás elementos determinantes.

4. Presentación general de las Mallas de Aprendizaje: estructura común a todas las áreas

El documento Mallas de Aprendizaje (en adelante, mallas) retoma los aprendizajes estructurantes definidos en los DBA y los pone en diálogo con la organización epistemológica y pedagógica de cada área definida en los Lineamientos Curriculares (en adelante LC) y los Estándares Básicos de Competencias (En adelante, EBC), así como con una serie de cuestiones didácticas útiles para su implementación en el aula. De esta manera, las Mallas articulan los DBA que a su vez retoman los EBC; de modo que los maestros e instituciones puedan fortalecer y actualizar sus currículos y, en últimas, desarrollar actividades didácticas que cualifiquen el trabajo en el aula. Aunque no son unidades didácticas, las Mallas se convierten en insumos para planear a lo largo del año escolar, y proveen al maestro elementos para hacer seguimiento al aprendizaje de los estudiantes. Además, buscan incorporar de manera sistemática las competencias ciudadanas, la diferenciación y la evaluación como asuntos de la cotidianidad del aula que deben estar presentes en cada acción para el aprendizaje que se lleva a cabo en el salón de clases.

Conviene aclarar que ni las Mallas de Aprendizaje ni los DBA son sustitutos de las Mallas Curriculares desarrolladas en los establecimientos educativos como parte del plan de estudios, en tanto estas últimas son documentos elaborados por los maestros y los directivos docentes en el marco del PEI de cada establecimiento.

En consonancia con lo anterior, esta propuesta de Mallas de Aprendizaje tampoco pretende sustituir la función asignada al profesor, ni desdibujar su papel *fundamental* en el proceso educativo de los estudiantes: garantizar el óptimo desarrollo de los aprendizajes de los estudiantes y, para tal fin, diseñar y planear su trabajo de aula, orientar actividades de aprendizaje, reconocer las particularidades del contexto, evaluar y tomar decisiones pertinentes para brindar una educación de calidad.

Tal trabajo es complejo y no puede hacerse asumiendo los DBA y las Mallas de Aprendizaje como propuestas curriculares en sí mismas; de allí que el profesor y la comunidad educativa deben ver en los documentos mencionados una vía para la actualización y el fortalecimiento curricular en contexto.

La estructura de las Mallas es la siguiente:

- Introducción general del área para el grado: Allí se presentan, de manera general, aquellos aprendizajes con los que los estudiantes vienen del grado anterior y aquellos que desarrollarán en el grado en curso con el fin de darle al docente un panorama general frente a aquello que puede evaluar al principio del año a manera de diagnóstico, así como aquello que se espera, a grandes rasgos en el año en términos de aprendizaje.
- Mapa de relaciones: Presenta, de manera gráfica, las relaciones desde los ejes y conceptos que estructuran el área hasta las acciones específicas que desarrollan los estudiantes en cada grado para crear una línea coherente entre la manera como está estructurada el área y las repercusiones de dicha estructuración en el aula. *Este mapa de ninguna manera pretende proponer una organización en el tiempo de los aprendizajes; ésta debe surgir de la reflexión pedagógica que acompaña la construcción de los planes de área y de aula.*
- Progresiones de aprendizajes (a partir de los DBA): Se presenta una línea de progresión de los enunciados de los DBA del grado anterior, el grado actual y el grado siguiente con el propósito de orientar al maestro frente al rango de flexibilidad curricular en el que debe moverse, atendiendo a las particularidades en el desarrollo de los aprendizajes de los estudiantes que éste identifique en la evaluación diagnóstica que debe realizar al principio del año.
- Consideraciones didácticas: Se presentan de acuerdo con las categorías organizadoras

enunciadas en el mapa de relaciones. Así, para cada categoría organizadora se empieza por presentar algunas aclaraciones frente a conceptos fundamentales para el grado. También se ofrece una serie de pistas frente a las dificultades frecuentes de los estudiantes en el desarrollo de ciertos aprendizajes así como posibles formas de abordarlas didácticamente.

Por último, se presentan una serie de situaciones que promueven el aprendizaje. Se trata de sugerencias de actividades que pueden ser incorporadas en los planes de aula a lo largo del año, con una complejidad creciente, con el fin de promover el desarrollo de los aprendizajes estipulados en los DBA. En este apartado, también se incluyen tips de evaluación, diferenciación, competencias ciudadanas y materiales.

- Referencias bibliográficas: Son las fuentes utilizadas para la construcción de estos documentos, para que los maestros puedan acceder a las fuentes primarias y ampliar el aporte de este documento, siempre que así lo deseen.

5. Fundamentos conceptuales para el desarrollo de los Derechos Básicos de Aprendizaje de Matemáticas (V2) y las Mallas de Aprendizaje en el área de matemáticas

5.1. Justificación de la propuesta

El Ministerio de Educación Nacional ha propuesto diversos referentes en el área de matemáticas cuyo propósito principal es el mejoramiento de la calidad educativa del país. Los Lineamientos Curriculares publicados en 1998 y los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas de 2006 son documentos para cimentar los diseños curriculares acorde con los principios, fundamentos y contextos de los proyectos educativos institucionales-PEI. El primero presenta orientaciones epistemológicas, pedagógicas y curriculares que define el MEN en conjunto con la comunidad académica educativa para apoyar el proceso de estructuración y planeación de las áreas obligatorias y fundamentales definidas por la Ley General de Educación en su artículo 23. Por su parte, los E B C en Matemáticas se constituyen en unos criterios comunes de calidad que expresan una situación deseada en cuanto a lo que se espera que todos los estudiantes aprendan en el área de matemáticas a lo largo de su paso por la Educación Básica y Media.

Aunque en los LC (MEN, 1998) no se hizo explícita la noción de competencia Matemática, sí se introdujo una visión de las matemáticas escolares centrada en el desarrollo del pensamiento a través de procesos y contextos. A partir de ello, se resalta el rol funcional de las matemáticas, es decir, unas matemáticas que dan cuenta de sus aportes a la construcción de ciencia y resolución de problemas de la sociedad. Para constituir esta idea, los EBC (MEN, 2006) introdujeron la noción de “ser matemáticamente competente” con la cual se vinculan los procesos y los contextos propios de la actividad matemática.

Para el diseño de esta segunda versión de los DBA y la primera versión de las Mallas

de Aprendizaje en el área de matemáticas, el equipo académico de la Universidad de Antioquia en conjunto con el equipo técnico del MEN y los pares revisores nacional e internacional se enfocaron en presentar una propuesta que promueva una enseñanza y un aprendizaje de las matemáticas en la que los conocimientos, los procesos y los contextos se desarrollen de manera articulada en las aulas regulares. En ese sentido, se proponen estos dos documentos que, más allá de permitir el desarrollo sistemático de contenidos, ofrecen una alternativa para que el docente diseñe un trabajo en el aula coherente con las propuestas de los LC, los EBC y otros documentos nacionales que orientan la enseñanza y la evaluación de las matemáticas escolares (Por ejemplo las matrices de referencia de las Pruebas Saber realizadas por el ICFES y dadas a conocer a la comunidad educativa en los años 2015 y 2016 a través de la caja Siempre Día E).

La segunda versión de los DBA recupera de la anterior versión la organización por grados; pero se diferencia en que presenta una estructura en la que cada DBA demarca líneas de progresión que sugieren, por un lado, estructurar los planes de estudio a la luz de unos conocimientos fundamentales en cada uno de los tipos de pensamiento matemático, y por otro lado, ilustrar la complejidad con la cual se propone desarrollar esos conocimientos articulados a los procesos desde el nivel de Educación Básica Primaria hasta en nivel de Educación Media. Estas líneas de progresión se configuraron en cada uno de los tipos de pensamiento matemático de tal manera que se presta atención tanto a los aspectos conceptuales, de estructuras, estrategias, etc.; como a los aspectos de articulación con los contextos, usos, significados y problemas en los cuales tiene sentido. Los DBA (V2) están constituidos por la conjunción de *enunciados*, *evidencias* y *ejemplos*, que orientan frente a las expectativas de aprendizaje que como profesores, instituciones, y sociedad en general se espera logre un estudiante a lo largo de su tránsito por las instituciones educativas.

La primera versión de las Mallas de Aprendizaje recupera las comprensiones para orientar los aprendizajes estructurantes, pero las trasciende en tanto integra elementos que permiten articular los procesos de la actividad matemática. Así se consolidan como

orientaciones para el desarrollo de la actividad matemática en el aula, ya que consideran no sólo un conocimiento en el que se conjugan los saberes generales construidos en las matemáticas escolares, sino que también, ofrecen sugerencias para recuperar los aspectos locales y situados que permite darle sentido en prácticas extraescolares que pueden articularse a los contextos particulares de cada región. Este aspecto es tal vez uno de los más álgidos al diseñar esta nueva propuesta, ya que no se pretende establecer criterios específicos sobre el trabajo con cada grupo de estudiantes, sino que presenta una propuesta que le ofrece al profesor ideas generales para el diseño de situaciones de aula acorde con sus estudiantes.

De acuerdo con lo anterior, la actual versión de los DBA (V2) y las Mallas de Aprendizaje retoman los propósitos e ideales de la formación matemática declarados en los documentos de política pública del país y formulan un conjunto de enunciados, evidencias y tareas con los cuales ilustran formas más específicas de integrarlos a las clases de matemáticas. Los DBA (V2) y las Mallas de Aprendizaje pretenden consolidarse en insumos que permitan materializar en el cotidiano escolar la formación matemática que se espera alcanzar en Colombia en los próximos cuatro lustros. Con ese propósito en mente, se explicitan en estos documentos los saberes que fundamentan las matemáticas escolares por grados. En este sentido se resaltan conocimientos, procesos, contextos de uso de esos conocimientos, lo que permite ampliar las relaciones del sujeto que aprende con el conocimiento, relaciones no solo con un ámbito en particular, sino con una amplia variedad, que incluye tanto las disciplinas escolares como otros tipos de conocimientos y contextos (por ejemplo, los saberes asociados a las medidas no convencionales utilizadas por nuestras comunidades, entre otros). Los DBA (V2) explicitan los aprendizajes “estructurantes” (no básicos o mínimos) que requiere el sujeto para que, en coherencia con los Estándares Básicos de Competencia, logre llegar a ser matemáticamente competente. Por su parte, las Mallas de Aprendizaje muestran cómo la acción del sujeto se amplía a otros campos, y cómo se conecta, a partir de estas acciones, con otros saberes. Es a través de estos enunciados que se pueden hacer notar las interdisciplinariedades, las relaciones con la vida cotidiana, las relaciones con

otros ámbitos y procesos de desarrollo.

5.2. Revisión de referentes nacionales e internacionales

5.2.1. Revisión de antecedentes en currículos internacionales de matemáticas

A nivel internacional los currículos escolares incluyen las matemáticas como una de las áreas fundamentales en los diferentes niveles escolares. Una noción que se ha extendido en varios de los currículos es la de *competencia matemática*. Como se menciona más adelante, existen diferentes denominaciones, énfasis y propósitos que giran alrededor de tales currículos.

Con el ánimo de generar, confrontar y realimentar la propuesta colombiana con las internacionales, se hizo una revisión documental de tales currículos. La revisión se enfocó en determinar los énfasis, procesos, habilidades, contenidos y alcances de las matemáticas escolares. A continuación, se presentan algunos hallazgos en tales documentos.

5.2.1.1. La noción de competencia matemática internacionalmente

Internacionalmente el debate acerca de qué significa saber (*to master*) matemáticas está abierto. Frente a este cuestionamiento, Niss, Bruder, Planas, Turner y Villa-Ochoa (2016) señalan que en la investigación internacional conviven comprensiones no todas equivalentes. Para los investigadores, algunas de esas comprensiones tienden a centrarse en lo que podría denominarse como un sujeto '*contenedor de productos matemáticos*'; es decir, un conjunto de reglas, definiciones, conceptos, hechos, etc., que deben ser acumulados en la mente del 'conocedor'. En un énfasis diferente, existen otras comprensiones que centran su atención en 'hacer matemáticas', en su actividad constructiva, en la participación de los estudiantes en diferentes procesos que son característicos de las matemáticas (Niss et al, 2016). En este

segundo énfasis, la organización de currículos orientados al desarrollo de capacidades o competencias adquiere mayor sentido.

En los últimos quince años en Latinoamérica se ha presentado un creciente interés por la investigación orientada hacia las formas de producción/adquisición de conocimiento matemático en los diferentes niveles escolares. Parte de esta investigación se ha focalizado en el desarrollo/aprendizaje/adquisición de competencias matemáticas o en competencias profesionales a través de las matemáticas.

Desde finales de los 90 se gestaron propuestas y orientaciones hacia los currículos de matemáticas en países como Colombia. En Colombia se focalizó el currículo en el desarrollo del pensamiento matemático a través de la articulación de diversidad de contextos, procesos y conocimientos básicos. Estas orientaciones abrieron el camino para que a comienzos del presente siglo se introdujera la noción de competencia por la vía de la evaluación nacional estandarizada de los aprendizajes. A partir de allí, el debate por la evaluación y la enseñanza orientada a las competencias ha estado latente.

En los últimos años, México (SEP, 2011), Chile (Mineduc, 2011), República Dominicana (MINERD, 2014) y Costa Rica (MEP, 2013) han adelantado reformas curriculares y discusiones semejantes. En los gestores de currículos, gobernantes y profesores parece haber cierto consenso frente la necesidad de que las matemáticas escolares reconozcan su rol en la sociedad, entre ellos, en la resolución de problemas (cotidianos, sociales, reales, etc.). Estos trabajos, de alguna manera, están relacionados con la noción de competencia o con términos afines.

En relación con la naturaleza del término competencia, García, Acevedo y Jurado (2003) manifestaron la presencia de al menos dos visiones políticamente distintas sobre la educación. Por una parte, la competencia se refiere a la eficacia y las demandas del mercado, en donde cobra relevancia un saber-hacer articulado con las tendencias de la economía mundial, la globalización y los modelos neoliberales. Por otra parte, la competencia se asocia a la formación integral del sujeto, en la que el saber-hacer se instala en contextos

socioculturales concretos y locales y en el sentido ético humanístico de las decisiones sobre los usos e impactos del conocimiento en el mejoramiento de las condiciones de vida de las personas y su comunidad. Esta última visión está asociada al papel *funcional de las matemáticas*.

Conforme se mencionó anteriormente, en esta perspectiva se procura que la educación asuma el compromiso de formar ciudadanos capaces de utilizar sus conocimientos en la solución de los problemas que encontrarán en su vida personal, social y laboral. Esta premisa es uno de los asuntos en los que se cimientan gran parte de las propuestas curriculares y de las investigaciones latinoamericanas que se han enfocado en el desarrollo de competencias.

A pesar de este aspecto común, los enfoques teóricos, propósitos centrales y los aspectos metodológicos para promover las competencias en el aula de clase tienen diversas orientaciones.

Un número significativo de investigaciones y programas curriculares han tomado las ideas de competencias presentadas por PISA (OECD, 2003) (Por ejemplo, Solar, García, Rojas, & Coronado, 2014; Solar, Azcárate y Deulofeu, 2012; García et al. 2013; Carrillo, Contreras, & Zakaryan, 2013; 2014), otros se han fundamentado en teorías como la de la complejidad (Tobón, Pimienta y García, 2010) o en los desarrollos de Perkins en el proyecto Zero de Harvard (Vasco, 2012). Sea cual sea la acepción, los investigadores resaltan la importancia de los contextos, las tareas matemáticas, los contenidos matemáticos y habilidades como elementos estructurantes de las competencias. A pesar de ello, no todos ponen la misma intensidad y la misma atención en tales aspectos.

Para Sánchez y Hoyos (2013) la noción de competencia, especialmente la competencia estadística, está fundamentada en uso flexible de conocimientos en “contextos socialmente relevantes”. En un sentido semejante, Tobón et al. (2010) desarrollan una propuesta de formación en competencias en educación, entre ellas, la competencia matemática, cuyo fundamento está en la noción de problemas; para Tobón y su equipo, las competencias se asumen como actuaciones integrales para identificar, analizar y resolver problemas del

contexto en escenarios que incluyen saber-ser, saber-conocer y saber-hacer. En estas nociones, las competencias tienen un carácter *situado*, es decir, reconocen los contextos socialmente relevantes y los problemas como ejes centrales de los currículos. En estas concepciones los contenidos también tienen un rol fundamental, sin embargo ellos deben girar en torno a los contextos y problemas.

En una perspectiva diferente, Solar et al. (2014); García et al. (2013); Carrillo et al. (2013; 2014) han centrado sus esfuerzos en el diseño e implementación de modelos para el desarrollo de las competencias. Estos modelos también reconocen el rol de las matemáticas en la sociedad, sin embargo, los contenidos, tareas (matemáticas), niveles de complejidad, entre otros aspectos, se convierten en ejes fundamentales de la noción de competencia. En sus trabajos, estos investigadores señalan que las competencias se desarrollan/adquieren a largo plazo; y para ello, en las clases, los contenidos matemáticos deben ser desarrollados articulados con contextos, deben trascender visiones tradicionales en relación con metodologías expositivas centradas únicamente en el desarrollo de habilidades procedimentales y conceptuales. Los trabajos de Solar et al. (2014, 2012) y los de Carrillo et al. (2013, 2014) se han preocupado por el desarrollo de modelos de competencias que sean de utilidad para describir y comprender los fenómenos de aprendizaje tanto en profesores como en estudiantes.

Más allá de la discusión sobre el énfasis en los contextos, problemas y los contenidos, otros investigadores reconocen también la complejidad que el término competencias tiene en su naturaleza y en su integración en el currículo; por ejemplo, D'Amore, Godino y Fandiño (2008), apuntan que esta complejidad asume dos componentes: a) uso (exógeno, externo, consciente, intencional y contextualizado), es decir, la relación entre competencia matemática y utilidad social de las matemáticas; y, b) dominio (endógeno), es decir, los contenidos, conceptos y objetos matemáticos involucrados. Al igual que otros investigadores, reconocen la característica dinámica en la que deben involucrar aspectos cognitivos, metacognitivos, volitivos y afectivos; esta acepción implica voluntad, deseo de saber y

pragmática de uso en contextos socioculturales específicos.

Al igual que D'Amore et al. (2008) y Vasco (2012) puntualiza que la noción de competencia no debe agotarse en asuntos cognitivos, sino que además debe tener en cuenta las actitudes, aptitudes y la sensibilidad para reconocer oportunidades para usar los conocimientos. Para Vasco (2012), la noción de competencia integra tres dimensiones: (i) *la dimensión de la aptitud o de los conocimientos* (incluye sus contenidos conceptuales y sus correspondientes habilidades o destrezas) (ii) *la dimensión de las actitudes, emociones y sentimientos*, y (iii) *la dimensión de la sensibilidad*.

La referencia a que la noción de competencia debe incluir dimensiones más allá de los conocimientos, habilidades, y sus usos; ha motivado a investigadores como García et al. (2013) a integrar en su noción de competencias aspectos actitudinales y volitivos. A partir de ello, conciben las competencias como un asunto que integra procesos nucleares (modelación, argumentación, comunicación, entre otros) con aspectos volitivos, afectivos. A pesar de ello, la investigación en esta integralidad de dimensiones se encuentra en ciernes y hacen falta investigaciones más profundas que no se limiten a un asunto nominal de estas dimensiones. Los desarrollos recientes estudios en el dominio afectivo en las matemáticas (Martínez-Sierra y García-González, 2016) podrían abrir nuevas líneas de trabajo sobre esta visión multidimensional de la noción de competencias.

5.3 Currículos de matemáticas a nivel internacional

En Latinoamérica, durante los últimos quince años, se viene proponiendo un conjunto de reformas y ajustes a los currículos de matemáticas. Parte de estas reformas y ajustes han estado inspiradas en el deseo de mejorar el desempeño de los estudiantes en pruebas estandarizadas internas en cada país o en pruebas internacionales como lo son las pruebas PISA. Así, la preocupación por el *rol funcional* de las matemáticas ha cobrado mayor interés en Latinoamérica; como producto de este interés aparecen términos afines a la noción de

competencia (e.g. habilidades, proficiencias, capacidades). Cada país ha organizado sus currículos y como producto de ello, es posible observar estructuras diferentes con varios aspectos en común.

En Chile, al igual que en Colombia, el énfasis está en el desarrollo del pensamiento matemático. Según el Ministerio de Educación de Chile (Mineduc, 2011) se propone que el pensamiento matemático se desarrolle a partir de la conjunción de tres componentes, los cuales son:

- a. **Habilidades:** En este desarrollo, están involucradas cuatro habilidades interrelacionadas: resolver problemas, representar, modelar y argumentar y comunicar. Todas ellas tienen un rol importante en la adquisición de nuevas destrezas y conceptos y en la aplicación de conocimientos para resolver los problemas propios de la matemática (rutinarios y no rutinarios) y de otros ámbitos.
- b. **Ejes:** En los distintos documentos del Ministerio de Educación chileno los conceptos se presentan en cinco ejes temáticos: (i) Números y operaciones, (ii) patrones y álgebra, (iii) geometría, (iv) medición, (v) datos y probabilidades. Para la Educación Media continúan estos ejes, aunque algunos de ellos cambian de denominación por ejemplo (patrones y álgebra cambia álgebra y funciones).
- c. **Actitudes:** Las actitudes son, para el Ministerio de Educación Chileno, objetivos de aprendizaje que deben ser promovidos para la formación integral de los estudiantes en la asignatura. Estas se deben desarrollar de manera integrada con los conocimientos y las habilidades propios de la asignatura. Las actitudes que se propone desarrollar son:
 - (i) Manifestar un estilo de trabajo ordenado y metódico, (ii) Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas, (iii) Manifestar curiosidad e interés por el aprendizaje de las matemáticas (iv) Manifestar una actitud positiva frente a sí mismo y sus capacidades, (v) Demostrar una actitud de esfuerzo y perseverancia, (vi) Expresar y escuchar ideas de forma respetuosa.

En la educación Media chilena, también se encuentra algunas actitudes diferentes a las anteriormente descritas.

Posterior a la delimitación de estos tres componentes, el Ministerio de Educación de Chile sugiere un conjunto de objetivos de aprendizaje por cada habilidad y por cada eje (no hace lo mismo para las actitudes). Los objetivos de aprendizaje definen para cada asignatura los aprendizajes terminales esperables para cada año escolar. Se refieren a habilidades, actitudes y conocimientos que han sido seleccionados considerando que entreguen a los estudiantes las herramientas cognitivas y no cognitivas necesarias para su desarrollo integral, que les faciliten una comprensión y un manejo de su entorno y de su presente, y que posibiliten y despierten el interés por continuar aprendiendo. De modo particular, estos objetivos de aprendizaje están descritos como *acciones particulares* que los estudiantes han de evidenciar en el aula, a manera de ejemplo, en este documento se presenta:

17. Demostrar que comprenden una línea de simetría:

- › identificando figuras simétricas 2D
- › creando figuras simétricas 2D
- › dibujando una o más líneas de simetría en figuras 2D
- › usando software geométrico “

En un esfuerzo por implementar las bases curriculares en los currículos, el Ministerio de Educación de Chile (Minedu, 2013) ha construido un conjunto de documentos en los que se presentan orientaciones para la estructuración de los currículos a lo largo de cada año escolar. Se ofrecen orientaciones sobre la importancia del lenguaje, la comunicación, las Tecnologías, entre otros; así mismo, ofrecen ejemplos de organización curricular por temáticas y unidades temáticas a lo largo del todo el año escolar. Es de anotar que la propuesta curricular chilena no acuña de manera específica el término competencias, pero sí lo hace con el término capacidades.

Actualmente República Dominicana también desarrolla reformas a sus currículos; de manera explícita, el Ministerio de Educación de República Dominicana está fundamentado en el desarrollo de competencias transversales y en competencias específicas. Las transversales a todo el currículo (e.g: Competencia Ética y Ciudadana, Competencia Comunicativa, Competencia de Pensamiento Lógico, Creativo y Crítico, Competencia de Resolución de Problemas, Competencia Científica y Tecnológica, Competencia Ambiental y de la Salud, Competencia de Desarrollo Personal y Espiritual), a su vez están, descritas por diferentes niveles de dominio y por componentes. La nueva estructura del diseño curricular del nivel primario consta de los siguientes componentes: competencias, contenidos, estrategias de enseñanza y de aprendizaje, actividades, medios y recursos para el aprendizaje, y orientaciones para la evaluación. El currículo está centrado en la premisa de que los aprendizajes de los estudiantes deben desarrollarse a través estrategias como: *aprendizaje basado en proyectos, aprendizaje por descubrimiento, aprendizaje basado en problemas*; entre otras.

El plan de estudios para cada grado de la primaria en República Dominicana está organizado por asignaturas, entre ellas, la matemática. La matemática en subáreas y, a su vez, estas se organizan en competencias específicas, contenidos, procedimientos, actitudes y valores, e indicadores de logro. Para el ciclo primario, las subáreas son: Numeración, medida, geometría y estadística. A diferencia de otros países, no está de manera explícita “álgebra y patrones” como una subárea; sin embargo, como temáticas, sí se encuentran inmersas en el subárea de numeración. En el área de matemáticas, las competencias declaradas son: (i) argumentar y razonar, (ii) comunicar, (iii) Resolución de problemas, (iv) Representar y modelar, (v) Utilizar herramientas tecnológicas, (vi) conectar.

Al igual que en Chile, en República Dominicana se ha hecho un esfuerzo por incluir la dimensión actitudinal en el desarrollo curricular; sin embargo, en la mayoría de los casos, las intenciones de este último país son más generales frente a las actitudes en un ambiente escolar que actitudes asociadas al conocimiento matemático.

Por su parte, la Secretaría de Educación Pública de México (SEP) ha formulado un conjunto de estándares cuyo propósito es el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes. La propuesta curricular se organiza en: 1. Sentido numérico y pensamiento algebraico 2. Forma, espacio y medida 3. Manejo de la información 4. Actitud hacia el estudio de las matemáticas.

El currículo de matemáticas mexicano se propone con una característica progresiva, es decir, se espera que el estudiante pueda:

- Transitar del lenguaje cotidiano a un lenguaje matemático para explicar procedimientos y resultados.
- Ampliar y profundizar los conocimientos, de manera que se favorezca la comprensión y el uso eficiente de las herramientas matemáticas.
- Avanzar desde el requerimiento de ayuda al resolver problemas hacia el trabajo autónomo.

Para algunos grados, se formula un conjunto de estándares que están organizados en tres ejes temáticos: (i) Sentido numérico y pensamiento algebraico, (ii) Forma, espacio y medida, y (iii) Manejo de la información. Cada eje temático se subdivide en temas y para cada uno de ellos se describen un conjunto de enunciados (denominados estándares) que ilustran las capacidades que los estudiantes deben evidenciar. Estos estándares ponen énfasis en diferentes aspectos del conocimiento matemático, algunos de ellos se centran en la resolución de problemas, otros en procedimientos, usos y aplicaciones de los temas matemáticos.

En la propuesta mexicana, las *actitudes* hacia el estudio de las matemáticas tienen un formato disciplinar semejante al presentado por Chile.

Para el ciclo de educación Secundaria, la SEP de México propone el desarrollo de cuatro competencias: Resolver problemas de manera autónoma, Comunicar información

matemática, Validar procedimientos y resultados, Manejar técnicas eficientemente. Una representación diagramática del currículo de México se encuentra en la siguiente ilustración:

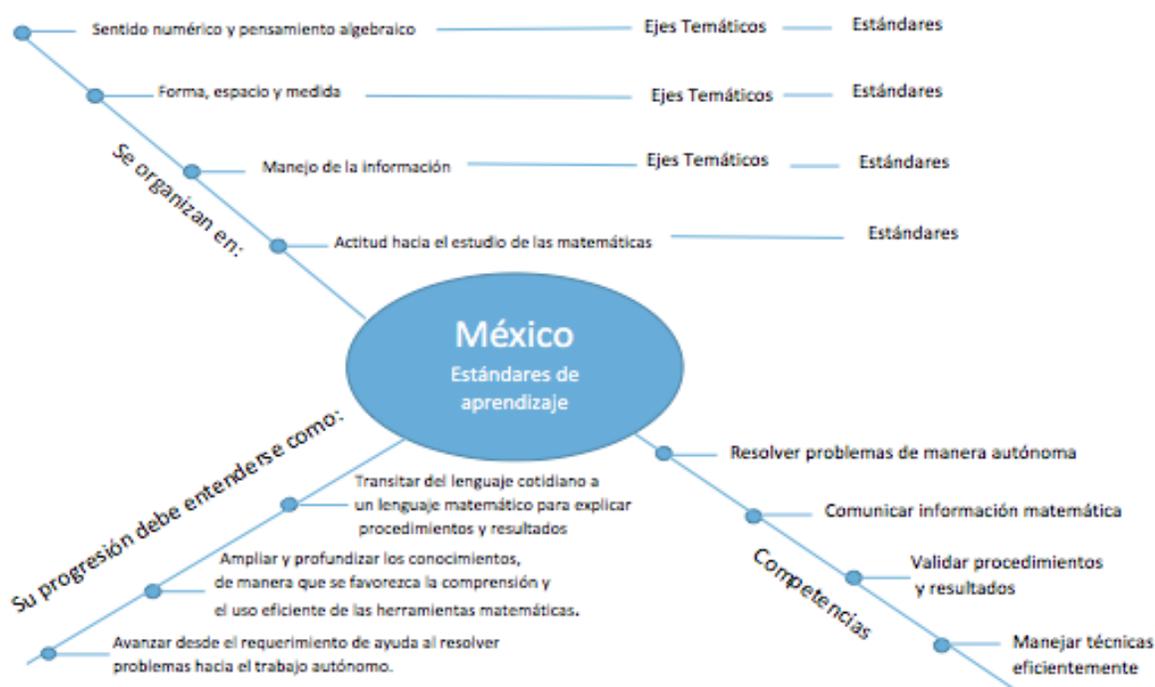


Figura 4. Estructura curricular del área de Matemática en México.

Fuente: Elaboración propia

Conforme se muestra en los currículos de estos tres países, existe una convergencia en relación con la estructura temática, en estos países, al igual que en Colombia, el estudio de los números, el álgebra, el espacio y su medición y la organización y análisis de los datos se convierten en elementos fundamentales para el desarrollo curricular. Otro elemento que se resalta en estos currículos es el especial énfasis en el desarrollo de actitudes matemáticas o hacia las matemáticas. Aunque de una manera diferenciada, estos tres países, proponen una perspectiva de las competencias matemáticas que no se agota en los procesos cognitivos, integrando dimensiones actitudinales y volitivas. La inclusión de este tipo de dimensiones

propende por una visión de las competencias acordes con los estudios e investigaciones reportados internacionalmente (D'Amore et al., 2008; Vasco, 2012, Weinert, 2001-citado en Niss et al., 2016).

En países de Europa, Norte América y Asia con un mayor desarrollo económico, Niss et al., (2016) anotan que, en la mayoría de los casos en los que las competencias o nociones afines han sido objeto de un uso en contextos concretos, las nociones y definiciones originales se han modificado o simplemente re-definido para adaptarse a los propósitos y las condiciones de contorno de ese contexto particular. Como estos investigadores anotan, en muchos casos a lo largo del mundo, los desarrollos curriculares se han presentado más a nivel retórico que sustantivo.

Los componentes álgebra, geometría, medición, números y probabilidad y estadística y los procesos modelación, razonamiento, resolución de problemas y comunicación, entre otros están presentes en los currículos a lo largo del mundo; sin embargo, de acuerdo con la región o país, están agrupados en diversidad de componentes; por ejemplo en Australia, el plan de estudios se organiza en torno a la interacción de las tres ramas de contenido: (i) número y álgebra, (ii) medición y geometría, y (iii) estadística y probabilidad. Asimismo, presenta cuatro líneas de proficiencia o competencia matemática, ellas son: (i) la comprensión, (ii) la fluidez, (iii) la resolución de problemas (que también hace referencia a la modelización de situaciones problemáticas) y (iv) el razonamiento. Para Niss et al. (2016) esta estructura del plan de estudios tiene intersecciones con el plan de estudios de EEUU.

El currículo de Estados Unidos se fundamenta en la necesidad de comprender y ser capaz de utilizar las matemáticas en la vida cotidiana y en el lugar de trabajo (*Rol funcional de la matemática*). Y se organiza según seis principios de la matemática escolar enfocados hacia una alta calidad educativa para todos los estudiantes: equidad, currículo, enseñanza, aprendizaje, evaluación y tecnología.

El primer principio, la equidad, se fundamenta en la aspiración de una enseñanza de alto nivel para todos los individuos, sin importar sus características personales o su contexto

sociocultural. El segundo principio resalta una idea de currículo, que más allá de ser un conjunto de actividades, es un conjunto coherente de las matemáticas necesarias en cada grado y las necesidades de la época. En el tercer principio se considera el proceso de enseñanza, el cual es orientado por un profesor que comprende la importancia de las matemáticas y que reconoce lo que los estudiantes saben y lo que necesitan aprender. En este sentido, en el proceso de enseñanza se conjugan acciones para facilitar los procesos cognitivos y la comprensión de la disciplina por parte de los estudiantes. Según el Consejo Nacional de Maestros de Matemáticas (NCTM, 2000) la comprensión se logra a través de la construcción del conocimiento, lo cual da sentido al cuarto principio, el aprendizaje, proceso en el que los estudiantes construyen nuevos conocimientos basados en la experiencia y los conocimientos previos. El proceso y los cambios que se generen en la enseñanza y el aprendizaje deben ser evaluados, con el objetivo de valorar el grado de eficacia de los mismos. Así el quinto principio, la evaluación alude a un apoyo dentro del aprendizaje de las matemáticas y proporciona información útil para los profesores y los estudiantes. Por último, el sexto principio se vincula con las exigencias de la sociedad actual de la información y la comunicación y se le da un papel relevante a la Tecnología. La Tecnología como elemento esencial en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas influye en las matemáticas que se enseñan y se mejora el aprendizaje de los estudiantes permitiendo que ellos puedan trabajar en niveles más altos de generalización y abstracción.

Los principios propuestos se ponen de manifiesto en los contenidos matemáticos, los procesos y las competencias que, en conjunto, constituyen el desarrollo del pensamiento matemático en la escuela, así:

- a. **Contenidos matemáticos:** (i) Números y operaciones, (ii) Álgebra, (iii) Geometría, (iv) Medición, y (v) Análisis de datos y probabilidad.
- b. **Procesos:** (i) La resolución de problemas, (ii) Razonamiento y pruebas, (iii) Comunicación, (iv) Conexiones, y (v) Representaciones.

- c. **Competencias:** (i) Razonamiento adaptativo, (ii) Competencia estratégica, (iii) La comprensión conceptual (comprensión de los conceptos matemáticos, operaciones y relaciones), (iv) La fluidez procedimental (habilidades en la realización de procedimientos de manera flexible, con precisión, de manera eficiente y adecuada), y (v) La disposición productiva (inclinación habitual para ver las matemáticas como sensatas, útiles, y que valen la pena, junto con la creencia en la propia diligencia y eficacia).

En Canadá se propone que los individuos sean capaces de pensar críticamente sobre cuestiones complejas, analizar y adaptarse a nuevas situaciones, resolver problemas de diversa índole, y comunicar su pensamiento de manera efectiva para aprender matemáticas de una manera que les sirva durante toda su vida. Para ello, el currículo canadiense propone que las experiencias de los estudiantes en el aula ayuden a desarrollar la comprensión matemática; aprender hechos importantes, habilidades y procedimientos; desarrollar la capacidad de aplicar los procesos de las matemáticas; y adquirir una actitud positiva hacia las matemáticas. El programa en todos los grados está diseñado para asegurar que los estudiantes adquieran una base sólida en matemáticas mediante la conexión y la aplicación de los conceptos matemáticos de diferentes maneras. Esto se fundamenta en conceptos importantes, procesos, habilidades y actitudes; de acuerdo con ello, se articulan a lo largo del proceso escolar cinco ejes: Sentido de los números y la numeración, medidas, Geometría y sentido espacial, Patrones y álgebra, y la gestión de datos y probabilidad. Los procesos son la resolución de problemas, el razonamiento y la prueba, la reflexión, la selección de herramientas y estrategias de cálculo, la conexión, la representación, y la comunicación.

Para el caso del currículo de Nueva Zelanda, Niss et al. (2016) señalan que se estructura en tres ramas de contenido, sin hacer referencia explícita a las competencias matemáticas o procesos. Los objetivos para cada uno de los niveles se refieren a ‘pensar matemática y estadísticamente’ y a la necesidad, en cada área de contenido, resolver problemas y situaciones modelos. Los autores agregan que, en el currículo zelandés, el conocimiento

matemático es críticamente importante para la comprensión matemática y su rol primario es tanto resolver problemas como modelar situaciones. En dicho currículo se utiliza una metodología más activa y participativa basada en la manipulación.

En el currículo alemán, las competencias declaradas desde 2003 son: razonar matemáticamente, resolver problemas matemáticos, hacer modelación matemática, usar representaciones matemáticas, trabajar con aspectos técnicos, formales y simbólicos de las matemáticas, y comunicar matemáticas. Para Niss et al. (2016) estas competencias deben desarrollarse en tres niveles: Reproducción, Conexiones y Generalización y reflexión.

En España, a partir de la Ley Orgánica 8/ 2013, se configura un nuevo currículo que propende una formación sólida basada en el conocimiento en la práctica, un conocimiento adquirido a través de la participación activa en distintas prácticas sociales que se pueden desarrollar a través del currículo. La idea de competencia es el eje articulador de esta propuesta curricular, la cual supone una combinación de habilidades prácticas, conocimientos, motivación, valores éticos, actitudes, emociones, y otros componentes sociales y de comportamiento que se movilizan conjuntamente para lograr una acción eficaz. Los contenidos se asumen como el conjunto de conocimientos, habilidades, destrezas y actitudes que contribuyen al logro de los objetivos de cada enseñanza y etapa educativa y a la adquisición de competencias. Los estándares de aprendizaje evaluables son especificaciones de los criterios de evaluación que permiten definir los resultados de aprendizaje, y que concretan lo que el alumno debe saber, comprender y saber hacer.

En Finlandia, la tarea de la formación en matemáticas es ofrecer oportunidades para el desarrollo del pensamiento matemático y para el aprendizaje de conceptos matemáticos y métodos completos de resolución de problemas. El currículo de matemáticas se fundamenta en el desarrollo de la creatividad, el crecimiento intelectual, el pensamiento preciso de los estudiantes y en la forma en que el profesor guía a los estudiantes para encontrar, formular y resolver problemas. La enseñanza de las matemáticas se enfoca en tres contenidos centrales: (i) Números y cálculos, (ii) Álgebra, (iii) Geometría, (iv) Medida, y (v) Procesamiento de

datos y estadística.

A diferencia de otros países, Austria ha adoptado una noción de competencia diferente; en primer lugar se especifican tres dimensiones: (1) Acción matemática, (2) contenido matemático y (3) la complejidad. Según Niss et al. (2016), la dimensión ‘acción matemática’ se delimita a través de cuatro campos de acción: H1: Representación y construcción de modelos, H2: Cálculo y operaciones, H3: Interpretación y H4: razonamiento y justificación.

(1.1) números y medidas, (1.2) las dependencias funcionales; (2.3) figuras geométricas y sólidos, y (2.4) estadística. La dimensión representación y la construcción de modelos, (1.2) Cálculos y procedimientos, (1.3) interpretación, y (1.4) razonamiento y argumentación. Para la dimensión ‘contenidos’ también existen cuatro dominios, ellos son (2.1) los números y medidas, (2.2) Variables. y dependencias funcionales, (2.3) figuras geométricas y sólidos y (2.4) Representaciones estadísticas y descriptores. La ‘complejidad’ observa cómo están implicados los procesos; para esta dimensión hay tres niveles: (3.1) activación de los conocimientos y habilidades básicas, (3.2) crear conexiones, (3.3) activación del conocimiento reflexivo. Para Niss et al. (2016) estas dimensiones guardan similitud con lo que en el marco de PISA se ha llamado ‘grupos de capacidades’.

Cómo se puede observar de este breve repaso por algunos currículos a nivel internacional, existe una tendencia en mostrar que la organización curricular trasciende la selección de los contenidos matemáticos que se deben enseñar, y posicionan aspectos relacionados con procesos propios de la actividad matemática, y cuestiones relativas a lo axiológico y volitivo del ser humano. Con nombres un poco diferentes de un lugar a otro, pero en general refiriendo a los mismos aspectos, la propuesta curricular colombiana presente en los LC., y en los EBC, es coherente con esas tendencias internacionales. Es más, se ve también en esas tendencias internacionales, un movimiento que busca identificar principios básicos y fundamentales, los cuales son declarados como los mínimos necesarios en cualquier organización curricular escolar. En este sentido, los DBA y las Mallas, propuestos en este momento por el MEN, son el esfuerzo nacional, por definir ese conjunto mínimo de saberes

matemáticos que deben estar en la base de cualquier organización curricular escolar, y sobre los cuales dar forma, organizar todos los aprendizajes necesarios en los estudiantes.

5.4. Aspectos teóricos en los que se fundamentan los DBA y las Mallas de Aprendizaje del área de Matemáticas

Se presenta a continuación los aspectos teóricos que dan sustento a la propuesta DBA (V2) y a las Mallas de Aprendizaje primera versión para el área de matemáticas.

5.4.1. Los aprendizajes estructurantes

Los aprendizajes estructurantes se entienden en una visión de conocimiento que no se agota en los aspectos conceptuales y procedimentales de las matemáticas, sino que más allá, estos aspectos están en unidad con las formas de hacer matemática, los recursos y los contextos en los cuales se realiza. Así, en coherencia con Niss et al. (2016), el conocimiento matemático está más vinculado con la idea de ‘hacer matemáticas’ que con ‘conocer acerca de las matemáticas’ o ‘poseer un conjunto de reglas, conceptos, hechos, propiedades matemáticas’.

Los aprendizajes estructurantes se entienden en una doble dimensión: estructural en relación con el conocimiento matemático, y fundamental en relación con el sujeto que se forma. Los aprendizajes estructurantes favorecen la organización del currículo escolar de acuerdo con las realidades de cada contexto; de allí que no se conciben como un reflejo de todo lo que el currículo debe incluir sino que son saberes y enfoques que, respetando la autonomía escolar, sugieren formas de desarrollo articulados con los contextos y con las necesidades particulares de cada institución. En ese sentido, dichos saberes se orientan hacia la práctica social de las matemáticas, contextualizada cultural e históricamente.

Los aprendizajes estructurantes se presentan de acuerdo con cada pensamiento

matemático, los cuales se complejizan a lo largo de cada uno de los grados de enseñanza, estos saberes se resumen en el siguiente esquema:

Tabla Nro. 1: Pensamientos y ejes de complejidad conceptual.

<i>Pensamiento numérico</i>	Sentidos, procedimientos y estrategias con números y operaciones.
<i>y</i>	Relaciones entre números y operaciones.
	Los números y las operaciones en contexto.
<i>Pensamiento variacional</i>	Patrones, regularidades y covariación.
	Sistemas numéricos (propiedades, usos y significados en la resolución de problemas).
<i>Pensamiento métrico</i>	Atributos medibles de objetos.
<i>y</i>	Medición y estimación de características.
<i>Pensamiento espacial</i>	Las formas y sus relaciones.
	Localización en el espacio y trayectoria recorrida.
<i>Pensamiento estadístico y aleatorio</i>	Los datos (organización) y las medidas de posición y variabilidad.
	Probabilidad e inferencia.

5.5.2. Ser matemáticamente competente

Los EBC de matemáticas del MEN (2006) asumen las competencias como “...un conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socioafectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores” (p. 49); apoyados en esta idea, la propuesta sobre *ser matemáticamente competente* busca avanzar hacia una idea de competencia que enfatice la utilidad que tienen las matemáticas en las prácticas sociales cotidianas.

En los términos anteriores, la acepción ‘*ser matemáticamente competente*’ presupone centrar la atención en *la actividad matemática de los estudiantes*, y a su disposición positiva para usar las matemáticas en variedad de situaciones en las que éstas son la base para la toma de decisiones informadas. (MEN, 1998; 2006). Así entonces, ser matemáticamente competente no se relaciona tanto con el despliegue de una lista de conocimientos, como sí con la capacidad de reconocerlos, relacionarlos, organizarlos y utilizarlos, de forma eficiente y eficaz en resolución de problemas que requieran el tratamiento de la cantidad, de la forma, de la variación y de la información.

En los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (MEN, 2006) se declara el sentido de ‘*ser matemáticamente competente*’, pero no se desarrolla tal sentido, sin embargo, en esta versión de los DBA se explicitan los elementos, tomados de los E B C en Matemáticas, que dan forma al sentido de ‘*ser matemáticamente competente*’. Se usan los elementos, como organizadores, para ofrecer coherencia y cohesión, tanto en un mismo grado como entre grados. Estos organizadores se pueden discriminar en relación con los objetos de conocimiento, los contextos y usos de las matemáticas, las formas de representación, y el uso de instrumentos y procedimientos.

Se asume la actividad matemática de *resolución de problemas* como el *macro-proceso* alrededor del cual se articulan, desarrollan y estructuran los otros procesos del *ser*

matemáticamente competente mencionados en los E B C en Matemáticas (MEN, 2006): la modelación, la comunicación, el razonamiento, la formulación, comparación y ejercitación de procedimientos.

De acuerdo con lo anterior, al *ser matemáticamente competente* confluyen los objetos de conocimiento, los contextos y usos de las matemáticas, y los procesos de pensamiento matemático. Estos aspectos se presentan en la figura 5 y se discuten en los apartados siguientes.

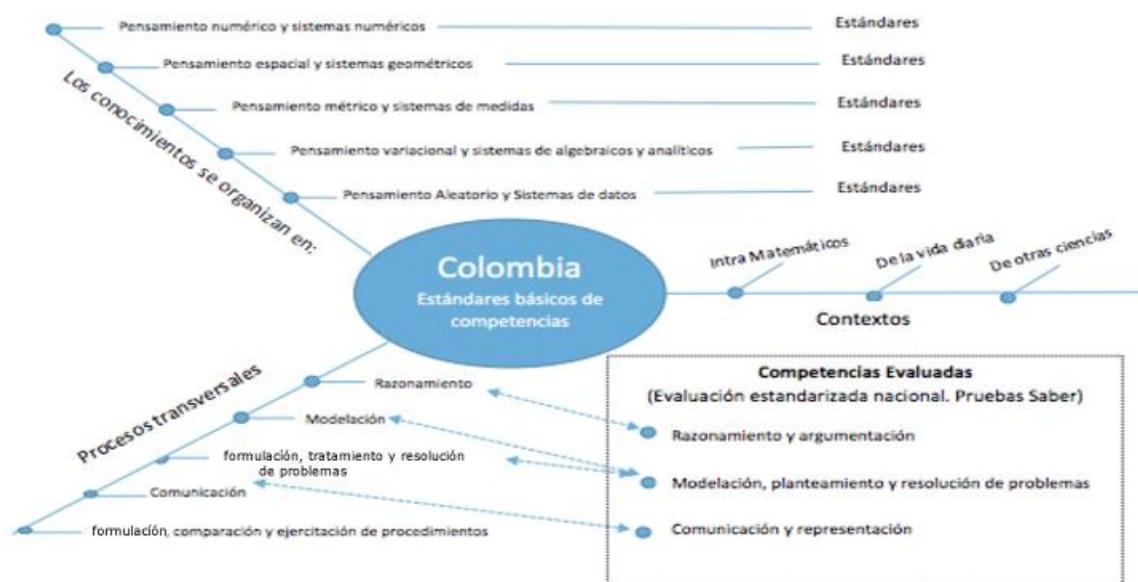


Figura 5. Estructura curricular del área de Matemática en Colombia. Adaptado de Ministerio de Educación Nacional (1998). Lineamientos Curriculares.

5.5.3. Los objetos de conocimiento

Pensamiento numérico:

Tal como lo expresa el Ministerio de Educación Nacional en los LC. en el área de Matemáticas, el desarrollo del Pensamiento Numérico es el nuevo énfasis sobre el cual debe realizarse el estudio de los Sistemas Numéricos: implica desarrollar habilidades para

comprender los números, usarlos en métodos cualitativos o cuantitativos, realizar estimaciones y aproximaciones, y en general, para poder utilizarlos como herramientas de comunicación, procesamiento e interpretación de la información en contexto con el fin de fijarse posturas crítica frente a ella. El núcleo conceptual para el desarrollo del pensamiento numérico gira alrededor de los procesos de medir y contar, de la representación de tales procesos de cuantificación, y de las relaciones y operaciones que se pueden hacer con tales cantidades.

Sentidos, procedimientos y estrategias con números y operaciones:

Comprensión de los significados de los números, en concordancia con el uso de nuestro sistema de numeración, y a través de experiencias de actividades que impliquen contar, agrupar, medir, y por supuesto, el uso del sistema de numeración decimal para representar cantidades numéricas y para operar con dichas cantidades. Lo anterior implica establecer las relaciones numéricas (de orden y equivalencia) y operaciones (aditivas y multiplicativas) entre tales cantidades. También refiere a los procesos de cuantificación y representación de las transformaciones de las cantidades o magnitudes.

Igualmente, la comprensión del número implica el reconocimiento de la multiplicidad de formas disponibles para realizar los cálculos necesarios para resolver un determinado problema: los algoritmos convencionales y los no convencionales, el cálculo mental, la utilización de una calculadora, de un ábaco, etc. Esto implica el estudio de las operaciones apoyado sobre el cálculo a través de métodos no convencionales (tales como las inventadas por los propios alumnos, o a través de ábacos, calculadoras, etc.), y en diversos instrumentos (lápiz y papel, calculadoras, ábacos, etc.) fundamentar el aprendizaje del concepto de número, de las operaciones, y de los algoritmos convencionales.

Relaciones entre números y operaciones:

Las situaciones que involucran el desarrollo del pensamiento numérico hacen referencia a la

comprensión del significado de los números, a sus diferentes interpretaciones y representaciones, a la utilización de su poder descriptivo, al reconocimiento de lo absoluto y lo relativo en las distintas operaciones, al desarrollo de puntos de referencia para considerar números. “lo anterior implica la utilización de los números y sus operaciones en la formulación y resolución de problemas y en la comprensión de la relación entre el contexto del problema y el cálculo necesario. Por lo tanto la adquisición del sentido numérico precisa de situaciones ricas y significativas para el estudiante” (MEN, 1998, Pág. 43).

Los números y las operaciones en contexto:

El aprendizaje de las operaciones se logra a partir de la comprensión de las acciones y transformaciones que hacemos sobre las cantidades. Así entonces, acciones como agregar y desagregar, reunir y separar, componer y descomponer, entre otras, son la base para comprender las operaciones aditivas (sumar o restar), y de paso, están en la base de una buena comprensión de los números. De otro lado, acciones como poner en correspondencia los procesos de variación de dos cantidades, o las relacionadas con la combinación de los elementos de dos colecciones, están en la base de la comprensión de las operaciones multiplicativas (multiplicar o dividir), y de paso, de las comprensiones necesarias para el aprendizaje de los números racionales. Lo anterior también implica describir las causas y los efectos, establecer las relaciones y las transformaciones que ocurren en las cantidades, y usa representaciones (ilustraciones, gráficos, esquemas, etc.) como modelos que expresan las relaciones y las operaciones entre tales cantidades.

Pensamiento variacional:

El pensamiento variacional se centra en el estudio sistemático de la variación y el cambio en diferentes contextos, tanto en las disciplinas científicas (ciencias naturales, sociales, las matemáticas, etc.) como en situaciones de la vida cotidiana. En este sentido, “el pensamiento variacional puede describirse aproximadamente como una manera de pensar

dinámica, que intenta producir sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad” (Vasco, 2002).

Así pues, con base en esta concepción, el pensamiento variacional, el estudio y modelación de situaciones de variación es la base para estudiar los procesos de variación entre variables, y por ende, los aspectos matemáticos ligados al álgebra, las funciones y al cálculo: fenómenos o eventos de cambio y variación entre cantidades (nociones de variable, la variación, la covariación), sistemas de relaciones y el uso de lenguajes necesarios (expresiones alfanuméricas propias del álgebra) para el tratamiento del cambio y de la variación.

Patrones, regularidades y covariación:

Esta aproximación al pensamiento variacional supone reconocer todas aquellas situaciones discursivas (orales y escritas), gestuales y procedimentales que evidencien en los estudiantes intentos de construir argumentos sobre estructuras generales, así sus argumentaciones se apoyen en situaciones particulares, o en acciones concretas. Lo fundamental en este punto no es la generalización en sí misma, sino el reconocimiento, por parte del maestro, de los procesos, de los niveles de argumentación y todas aquellas acciones estudiantiles conducentes a formas generales de las regularidades, la variación y la covariación.

Sistemas numéricos (propiedades, usos y significados en la resolución de problemas):

El estudio de los sistemas numéricos está en estrecha relación con la comprensión de ciertos procesos de generalización de los números con sus relaciones y operaciones. Esto implica: (a) identificar, caracterizar, y argumentar en contextos de regularidades y patrones; (b) elaborar, verificar y justificar (argumentar) conjeturas sobre hechos y relaciones matemáticas; y (c) inferir, analizar y formalizar las propiedades de los números y las

operaciones como síntesis de los procesos de generalización.

Pensamiento métrico:

A partir de los Lineamientos Curriculares de Matemáticas y afirmado en los Estándares Básicos de Competencias, el pensamiento métrico y los sistemas de medidas, se refieren a la construcción de los conceptos y procesos de conservación de las magnitudes; la selección de unidades de medida, patrones e instrumentos; la asignación numérica; la estimación y el papel del trasfondo social de la medición. “El pensamiento métrico se refiere a la comprensión general que tiene una persona sobre las magnitudes, su cuantificación y su uso con sentido y significado para la comprensión de situaciones en contextos.” (Obando y otros, 2006, p 19). También está relacionado con la medida de las cantidades de magnitud, su estimación y aproximación, al igual que con la capacidad de usar instrumentos de medida.

Atributos medibles de objetos:

Aprender a medir tiene un trasfondo social que no puede dejarse de lado, ya que a partir de ese reconocimiento del conocimiento intuitivo y cotidiano sobre las magnitudes y sus medidas, se logra reconocer lo que es medible de lo que no es, expresar algunas medidas, cuantificar numéricamente las dimensiones y las magnitudes de los objetos, y desde estas acciones iniciales, construir las nociones formales asociadas a las magnitudes y los procesos de medición (los sistemas de medidas convencionales y estandarizados).

Medición y estimación de características:

Comprender las magnitudes está estrechamente relacionado con los procesos asociados a la medición: el reconocimiento de la unidad de medida (desde las informales no estandarizadas, hasta las convencionales y estandarizadas), su patrón, y los instrumentos de medida (requeridos en función del tipo de magnitud que se mide, y del problema que se debe

resolver).

Para los procesos de medición es importante la estimación aproximada de las magnitudes, lo cual, siguiendo Bright (1976) se puede ver como “el proceso de llegar a una medida sin la ayuda de instrumentos de medición. Es un proceso mental aunque frecuentemente hay aspectos visuales y manipulativos en él.” (Bright, 1976, citado en Sowder, 1992, p. 371).

Pensamiento espacial:

Un aspecto fundamental ligado al aprendizaje de la geometría, es el relacionado con la forma y las relaciones espaciales entre formas. En este sentido, como lo plantean los LC y los EBC en Matemáticas, se trata de una reflexión sobre propiedades de los cuerpos en virtud de su posición y su relación con los demás, del reconocimiento y ubicación de la persona en el espacio que lo rodea (mesoespacio y macro-espacio), y por ende, de la manera como vivimos y nos relacionamos con dicho espacio. Dicho de otra manera, la geometría nos debe permitir una comprensión del espacio, un relacionamiento con él, y con los objetos que nos rodean. En este sentido, en LC (MEN, 1998) se lee:

Los sistemas geométricos se construyen a través de la exploración activa y modelación del espacio tanto para la situación de los objetos en reposo como para el movimiento. Esta construcción se entiende como un proceso cognitivo de interacciones, que avanza desde un espacio intuitivo o sensorio-motor (que se relaciona con la capacidad práctica de actuar en el espacio, manipulando objetos, localizando situaciones en el entorno y efectuando desplazamientos, medidas, cálculos espaciales, etc.), a un espacio conceptual o abstracto relacionado con la capacidad de representar internamente el espacio, reflexionando y razonando sobre propiedades geométricas abstractas, tomando sistemas de referencia y prediciendo los resultados de manipulaciones mentales. Este proceso de construcción del espacio está condicionado e influenciado tanto por las características cognitivas individuales

como por la influencia del entorno físico, cultural, social e histórico. Por tanto, el estudio de la Geometría en la escuela debe favorecer estas interacciones. Se trata de actuar y argumentar sobre el espacio ayudándose con modelos y figuras, con palabras del lenguaje ordinario, con gestos y movimientos corporales.”

Las formas y sus relaciones:

Se trata del estudio de los objetos, en tanto su forma (los objetos en sí mismos), o en tanto las relaciones entre ellos. En el primer caso, se trata del análisis de la configuración de los objetos (planos o tridimensionales) para determinar los elementos que los componen, las relaciones métricas (congruencia, semejanza, relaciones de orden entre medidas), de posición (arriba-abajo, derecha-izquierda) o de incidencia (paralelismo o perpendicularidad). Esto nos debe llevar a una comprensión de los objetos de la geometría a partir del espacio vivido, del espacio percibido, al igual que de la representación de ese espacio percibido, conjuntamente con los instrumentos para realizar dicha representación. De esta forma se pueden desarrollar tres procesos clave en el desarrollo del pensamiento geométrico: la visualización, la construcción y el razonamiento geométrico (Gallo y otros, 2006).

Localización en el espacio y trayectoria recorrida:

Muy relacionado con lo anterior, se tiene lo relacionado con la localización en el espacio, y la representación de lugares y recorridos por el espacio. Se trata de un trabajo en el que, el espacio geométrico se organiza a través de sistemas coordinados (cartesianos, polares, geográficos, entre otros), para identificar, localizar y representar, cuerpos, lugares o recorridos (lugares geométricos, trayectorias de cuerpos en el espacio).

Lo que se busca es entonces, que se aprenda a usar la geometría para comprender el espacio, para aprender a orientarnos en él, para dirigir nuestros pasos en la dirección apropiada, dependiendo el lugar al que queremos llegar.

Pensamiento estadístico y aleatorio:

El desempeño competente en relación con el desarrollo del pensamiento estadístico requiere conocimientos, procesos y actitudes especializadas que permitan al ciudadano leer, producir, interpretar, evaluar críticamente y valorar información estadística presente en la cotidianidad y referida a diversos contextos

Por ser la estadística una disciplina metodológica tiene sentido entenderla ‘desde dentro’ mediante su uso en la discusión de problemas asociados al riesgo, a la incertidumbre y a la toma de decisiones; para resolverlos se requiere de ideas estadísticas fundamentales: datos, variabilidad, distribución, asociación y correlación, muestreo e inferencia, transformación de las representaciones y, la probabilidad y el azar.

La competencia relacionada con el pensamiento aleatorio y el sistema de datos ayuda al individuo a comprender sobre un contexto particular (Wild & Pfannkuch, 1999) y se promueve cuando se participa en un ciclo investigativo, emulando el trabajo de los estadísticos profesionales cuando resuelven problemas que requieran tratamiento estadístico.

Los datos (organización) y las medidas de posición y variabilidad:

Los datos que se toman en un experimento- situación aplicada- se organizan en: diagrama de barras, diagrama de sectores, pictograma, histograma, polígono de frecuencias. Y se consideran diversas medidas para los datos: medidas de tendencia central, de posición, de dispersión o variabilidad y medidas de forma. La variabilidad refiere el grado de concentración o dispersión que presentan los datos respecto a su promedio. Estos conceptos se trabajan con experimentos que se desarrollan en el ámbito escolar.

Probabilidad e inferencia:

En la escuela elemental se deben explorar ideas clave que incluyen la exploración y la descripción de fenómenos aleatorios que surgen socialmente, así como su representación

y ordenamiento de resultados. En la escuela elemental se deben discutir ideas claves que incluyen la exploración y la descripción de fenómenos aleatorios que surgen socialmente, así como su representación y ordenamiento de resultados.

El proceso de involucra estimación en experimentos, simetría basada en las medidas de probabilidad, incluidas las informales. En la escuela secundaria las ideas elementales tratadas en la primaria se tratan un poco más formalmente con representaciones más precisas sobre el espacio muestral -experimentos de uno, dos y tres fases-. Estimaciones empíricas y medidas teóricas de la probabilidad de algunos eventos. En el nivel superior, la medida de la probabilidad se extiende a variables aleatorias, con distribuciones discretas y continuas (binomiales, normales, geométricas) y el uso de estas distribuciones para modelar fenómenos aleatorios, igualmente se pueden realizar actividades con la inferencia estadística.

5.5.4. Los contextos y usos de las matemáticas

En el documento Lineamientos Curriculares para el área de matemáticas (MEN, 1998), se establece que el contexto:

...tiene que ver con los ambientes que rodean al estudiante y que les dan sentido a las matemáticas que aprende. Variables como las condiciones sociales y culturales tanto locales como internacionales, el tipo de interacciones, los intereses que se generan, las creencias, así como las condiciones económicas del grupo social en el que se concreta el acto educativo, deben tenerse en cuenta en el diseño y ejecución de experiencias didácticas (p. 19).

Por lo anterior, los contextos son las fuentes sobre las cuales se pueden generar y desplegar la actividad de solución de problemas, que está condicionada por los factores (sociales, culturales, etc.) de cada contexto. (MEN, 1998). Esta idea de contextualización se

desarrolla en los EBC (MEN, 2006), tomando como eje central para dicha contextualización las situaciones problema, en tanto se afirma que a través de ellas se pueden orientar en los alumnos procesos el aprendizaje de las matemáticas en contextos significativos. Esto es, a través de las situaciones problema se busca la creación de ambientes de trabajo que sean cercanos a los alumnos, y que les permitan el desarrollo de su actividad matemática como base para su aprendizaje, puesto que, lo significativo no se logra tanto que recree en el aula de clase, una situación de la vida extraescolar, sino porque ésta les permite desplegar su actividad matemática, y por ende, aprendizaje de los conceptos que se les querían enseñar.

Así entonces, sin pretender enumerar exhaustivamente los posibles contextos sobre los cuales soportar la actividad matemática en el aula de clase, se pueden proponer, a manera de ejemplo, los siguientes:

- Juegos tradicionales, o sus variaciones
- Tratamiento cuantitativo de la información difundida en medios impresos o audiovisuales
- Eventos o fenómenos que implican movimiento de cuerpos
- Estudio del comportamiento de las poblaciones en el tiempo y en el espacio
- Modelación de la eficiencia u optimización en un determinado proceso físico, industrial, mecánico, etc.
- Análisis del comportamiento de fenómenos casuísticos o aleatorios
- Estudio de regularidades y generalizaciones en familias de formas o cantidades

5.5.5. Los procesos

Se toman como ejes centrales los cinco procesos propuestos en los LC de Matemáticas (MEN, 1998): formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar; y formular comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos.

La formulación, el tratamiento y la resolución de los problemas se promueven por una

situación problema y permiten desarrollar una actitud mental que despliega una serie de estrategias para resolverlos, encontrar resultados, verificar e interpretar lo razonable de ellos, modificar condiciones y originar otros problemas. Los problemas que se llevan al aula de clase, pueden surgir del mundo cotidiano cercano o lejano, pero también de otras ciencias y de las mismas matemáticas, convirtiéndose en ricas redes de interconexión e interdisciplinariedad. Las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas. Este es un proceso presente a lo largo de todas las actividades curriculares de matemáticas y no una actividad aislada y esporádica (MEN, 2006).

La modelación permite decidir qué variables y relaciones entre variables son importantes, lo que posibilita establecer modelos matemáticos de distintos niveles de complejidad, a partir de los cuales se pueden hacer predicciones, utilizar procedimientos numéricos, obtener resultados y verificar qué tan razonable son éstos respecto a las condiciones iniciales. Un modelo permite al estudiante buscar distintos caminos de solución, estimar una solución aproximada o darse cuenta de si una aparente solución encontrada a través de cálculos numéricos o algebraicos sí es plausible y significativa, o si es imposible o no tiene sentido (MEN, 2006).

La comunicación es la base fundamental de cualquier actividad humana, y en particular de la actividad matemática. Es en la acción de la interacción con los otros, en la solución de los problemas, que la actividad matemática toma forma, y por ende de los aprendizajes. Se puede plantear que la actividad comunicativa, en el aula de clase puede girar en torno a:

- a. comunicar ideas con y sobre los números, sus relaciones y operaciones, usando diferentes lenguajes y representaciones con el propósito de favorecer la claridad de la información, promover la discusión y consolidar la construcción colectiva de conocimiento;
- b. comunicar en diversos lenguajes ideas relacionadas con las trayectorias y los objetos

tri y bidimensionales, sus posiciones, relaciones y sus transformaciones, a través del uso de diversas notaciones, con el propósito de favorecer la claridad de la información, promover la discusión y construir colectivamente el conocimiento.

- c. comunicar ideas relacionadas con las cantidades, sus relaciones, sus transformaciones y los procesos de medición realizados con el uso o no de artefactos de medida, a través de diversos lenguajes y notaciones, con el propósito de favorecer la claridad de la información, promover la discusión y construir colectivamente el conocimiento;
- d. comunicar ideas relacionadas con el cambio, la variación, la covariación, lo indeterminado y la generalización, a través del uso de diferentes lenguajes y formas de representación, con el propósito de favorecer y promover la argumentación y la construcción colectiva de conocimiento;
- e. comunicar ideas y hallazgos usando la simbología y el lenguaje propio de la estadística y el azar, así como las diferentes formas de representación (gráficos y tablas) con en el propósito de promover la construcción colectiva de conocimiento.

El razonamiento es la acción de ordenar ideas en la mente para llegar a una conclusión. Razonar en matemáticas tiene que ver con:

- a. Dar cuenta del cómo y del porqué de los procesos que se siguen para llegar a conclusiones.
- b. Justificar las estrategias y los procedimientos puestos en acción en el tratamiento de problemas.
- c. Formular hipótesis, hacer conjeturas y predicciones, encontrar contraejemplos, usar hechos conocidos, propiedades y relaciones para explicar otros hechos.
- d. Encontrar patrones y expresarlos matemáticamente.
- e. Utilizar argumentos propios para exponer ideas, comprendiendo que las matemáticas más que una memorización de reglas y algoritmos, son lógicas y potencian la capacidad de pensar.

Unido a los demás procesos, se espera también que los estudiantes realicen cálculos,

que sigan instrucciones, que utilicen de manera correcta una calculadora para efectuar operaciones, que transformen expresiones algebraicas, que miden longitudes, áreas, volúmenes, etc.; es decir que lleven a cabo tareas matemáticas que suponen el dominio de los procedimientos usuales que se pueden desarrollar de acuerdo con rutinas secuenciadas.

6. Conclusiones

La globalización y el desarrollo científico y tecnológico plantean desafíos, por lo que los esfuerzos en la formación de los estudiantes deben encaminarse al desarrollo de competencias que les permitan seguir aprendiendo a lo largo de la vida. En el caso de la educación matemática: el desarrollo del pensamiento crítico, la resolución de problemas, la innovación y su articulación con otras áreas favorecen la adaptación a un mundo en constante cambio. Actualmente en Colombia la educación se convierte en el motor para la reconstrucción de país en tiempos de posconflicto garantizando así una paz sostenible que brinde las garantías para la movilidad social y el aseguramiento de un proyecto de vida digno para todos los colombianos.

La revisión y análisis de currículos internacionales permite establecer una coherencia entre dichas propuestas curriculares, los referentes para el área de matemáticas (Lineamientos Curriculares y Estándares Básicos de Competencias), y los documentos para la actualización curricular (Derechos Básicos de Aprendizaje y Mallas de Aprendizaje); de manera que los aprendizajes que se plantean grado a grado permitan a los estudiantes desempeñarse en contextos globales.

Lo anterior implica retos de orden curricular, y para enfrentarlos se requieren acciones como la actualización de los documentos que orientan el diseño curricular en el país con el propósito de brindar herramientas que aporten a procesos de actualización en los establecimientos educativos, en distintos niveles como los planes de estudio, de área y de aula. Se espera que estos documentos se retomen por colectivos de docentes de los establecimientos educativos, para que sean objeto de análisis y punto de partida en procesos de resignificación de sus prácticas pedagógicas; como una oportunidad para reconocer y ahondar en los avances e investigaciones en educación matemática a nivel nacional e internacional.

La política educativa del país continuará concentrándose en cerrar las brechas existentes en términos de equidad, inclusión, acceso, participación y mejoramiento de la calidad de la educación para que Colombia sea el país mejor educado de América Latina al año 2025.

Referencias Bibliográficas

- Carrillo, J.; Contreras, L.C. & Zakaryan, D. (2013). Avance de un modelo de relaciones entre las oportunidades de aprendizaje y competencias matemáticas. *Bolema-Boletim de Educação Matemática*, 27(47), 779-804. DOI: 10.1590/S0103-636X2013000400005.
- Carrillo, J.; Contreras, L.C. & Zakaryan, D. (2014). Oportunidades de aprendizaje y competencias matemáticas: un estudio de dos casos. *Bolema-Boletim de Educação Matemática*, 28(48), 89-109... DOI: 10.1590/1980-4415v28n48a05
- D'Amore, B., Godino, J. & Fandiño, M. I (2008), *Competencias y matemática*. Bogotá: Magisterio
- Gallo Mesa, O. F., Gutiérrez Mesa, J. M., Jaramillo López, C. M., Monsalve Posada, O., Múnera Córdoba, J. J., Obando Zapata, G., ... Vanegas Vasco, M. D. (2006). *Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos*. Medellín: Editorial Artes y Letras.
- García, G., M. Acevedo y F. Jurado (2003), *La dimensión sociocultural en el criterio de competencia: el caso de matemáticas*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia
- García, B., Coronado, A., Montealegre, L., Giraldo, A., Tovar, B., Morales, D., & Cortés, D. (2013), *Competencias matemáticas y actividad matemática de aprendizaje*, Florencia, Colombia: Universidad de la Amazonia.
- Martínez-Sierra, G. & García-González, M. S (2016). Undergraduate mathematics students' emotional experiences in Linear Algebra courses. *Educational Studies in Mathematics*, 91(1), 87-106. DOI: 10.1007/s10649-015-9634-y
- Mineduc. (2011). Bases curriculares de Educación Básica: consulta pública. Santiago de Chile: Ministerio de Educación.
- Ministerio de Educación Pública-MEP. (2013). Programas de estudio de matemáticas. I y II Ciclo de la Educación Primaria, III Ciclo de Educación General Básica y Educación Diversificado. San José (Costa Rica): MEP.

- Ministerio de Educación-MINERD. (2014). Diseño Curricular Nivel Primario Primer Ciclo (1ro., 2do. y 3ro.). Santo Domingo (República Dominicana): MINERD.
- Ministerio de Educación Nacional-MEN (1998). *Lineamientos Curriculares para el área de Matemáticas*. Bogotá (Colombia): Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional-MEN (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Bogotá (Colombia): Magisterio.
- Niss, M.; Bruder, R.; Planas, N.; Turner, R. & Villa-Ochoa, J.A. (2016). Survey team on: conceptualisation of the role of competencies, knowing and knowledge in mathematics education research. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 48(5), 611-632. DOI: 10.1007/s11858-016-0799-3.
- Obando, G., Arboleda, L. C., & Vasco, C. E. (2014). *Filosofía, matemáticas y educación: una perspectiva histórico-cultural en educación matemática*. Revista Científica, 20, 72-90.
- Obando, G., Posada, F., Villa, J., Gallo, O., Gutiérrez, J., Vanegas, D., y otros. (2006). Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos. Medellín: Editorial Artes y Letras.
- Rogoff, B. (2003). The cultural nature of human development. New York, NY: Oxford University Press.
- Secretaría de Educación Pública-SEP. (2011). *Plan de estudios 2011. Educación Básica*. México: SEP
- Sánchez, E. y Hoyos, V. (2013). La estadística y la propuesta de un currículo por competencias. En: A. Salcedo (Ed.), *Educación Estadística en América Latina: Tendencias y Perspectivas*. (pp. 211–227). Caracas: Universidad Central de Venezuela.
- Solar, H., Azcárate, C. & Deulofeu, G. (2012). Competencia de argumentación en la interpretación de gráficas funcionales, *Enseñanza de las Ciencias*, 30 (3), 133-154. DOI: 10.5565/rev/ec/v30n3.573.
- Solar, H., García, B., Rojas, F., & Coronado, A. (2014). Propuesta de un Modelo de

- Competencia Matemática como articulador entre el currículo, la formación de profesores y el aprendizaje de los estudiantes. *Educación matemática*, 26(2), 33-67. Retrieved from http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262014000200002&lng=es&tlng=es
- Sowder, J. (1992). *Estimations and number sense*. (1992) en D.A. Grouws (ed), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: McMillan
- Tobón, S., Pimienta, J., García, J. (2010). *Secuencias didácticas: Aprendizaje y evaluación de competencias*. México: Pearson.
- Vasco U., Carlos E. (2002) *El Pensamiento Variacional, la Modelación y las Nuevas Tecnologías*. En *Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas*. Ministerio de Educación Nacional. Bogotá.
- Vasco, C. E. (2012). Problemas y retos de la educación por competencias en las matemáticas de 5° grado. In. J. Arteta-Vargas (ed). *Los fraccionarios en primaria: retos, experiencias didácticas y alianzas para aprender matemáticas con sentido*. (pp. 19-54). Barranquilla: Editorial Universidad del Norte.